Hervé LESTIENNE

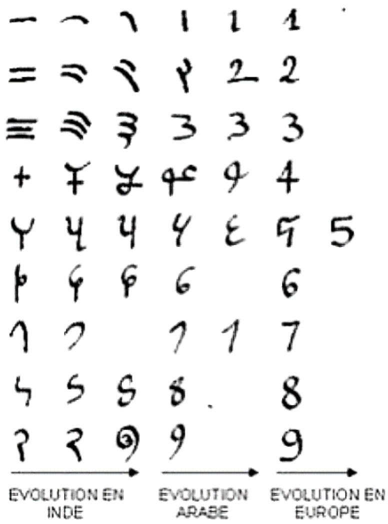
www.lesmathsdherve.net

Sommaire

Sommaire 2
NOMBRES ENTIERS 3
AVEC LA RÈGLE : vocabulaire 5
NOMBRES DECIMAUX 7
AVEC LA RÉQUERRE : perpendiculaires et parallèles 10
ADDITIONS, SOUSTRACTIONS (nombres entiers et décimaux) 12
PAVÉ DROIT ou PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE 14
AVEC LE COMPAS : cercles, distances et médiatrices 15
MULTIPLICATIONS (nombres entiers et décimaux) 17
PÉRIMÈTRES 18
DIVISIONS (nombres entiers et décimaux) 20
AIRES 23
ANGLES 25
PROPORTONNALITÉ 27
SYMÉTRIE AXIALE 28
FRACTIONS 29
PROBABILITÉS 31
VOLUMES 31
GESTION DE DONNÉES : fil rouge 31

NOMBRES ENTIERS

CM2 : Comparer - Ordonner - Placer des nombres et repérer des points sur une demi-droite graduée
6ème : Connaître et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre - Grands nombres



On retrouve des traces des premiers nombres au Paléolithique (il y a 30 000 ans) : des traces sur un os pour compter des objets. L'évolution jusqu'à nos nombres a été très longue.
Nos chiffres de « 1 » à « 9 » apparaissent en Inde au 2ème siècle avant JC.
Au 5ème siècle apparait le 0. L'idée géniale est de dire que dans 305, il y a 3 centaines, 0 dizaines et 5 unités.
Le perse Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi (490-850) transmet ces nombres au monde arabe en expansion. Le contact avec ces nouvelles populations permet aux européens d'adopter doucement ces nouveaux nombres. C'est pourquoi on parle, à tort, des chiffres arabes.

Notation

Les *chiffres* sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
Les *nombres* sont écrits avec un ou plusieurs chiffres.

Remarque

En français	Lettre	Mot
En maths	Chiffre	Nombre

Le mot « bonjour » est composée de 7 lettres : b, o, n, j, o, u et r.
Le nombre 5275 est composé des chiffres : 5 ; 2 ; 7 ; 5.
Lorsque l'on énumère des chiffres, on place des points-virgules pour ne pas confondre. Par exemple 2,5,7 signifie-t-il « 2,5 et 7 » ou « 2 et 5 et 7 » ?

Comment décomposer un nombre entier ?

Lorsque l'on écrit un nombre, la position du chiffre est importante ; on parle de numération de position.
On regroupe les chiffres par paquets de 3 en partant de la droite, que l'on sépare par un espace.
Par exemple, 357 qui se lit « trois cent cinquante et un » peut se comprendre 3 centaines + 5 dizaines + 7 unités.
On écrit alors 357 = (3 × 100) + (5 × 10) + (7 × 1)

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Clase des unités		
Chiffre des centaines	Chiffre de dizaines	Chgifre des unités	Chiffre de centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités
									3	2	0
								2	3	0	0
					2	0	0	0	0	8	3
							8	0	0	0	0
		5	2	8	0	2	8	0	2	8	0

Exemples

320 = (3 × 100) + (2 × 10) + (0 × 1)
2 300 = (2 × 1 000) + (3 × 100) + (0 × 10) + (0 × 1)
2 000 083 = (2 × 1 000 000) + (0 × 100 000) + (0 × 10 000) + (0 × 1 000) + (0 × 100) + (8 × 10) + (3 × 1)
80 000 = (8 × 10 000) + (0 × 1 000) + (0 × 100) + (0 × 10) + (0 × 1)

Exemples

Pour le nombre 320 :

Le chiffre des unités est 0
Le nombre d'unités est 320

Le chiffre des dizaines est 2
Le nombre de dizaines est 32

Le chiffre des centaines est 3
Le nombre de centaines est 3

Notation

« > » signifie « est plus grand que » et se lit « est supérieur à »
« < » signifie « est plus petit que » et se lit « est inférieur à »

2 < 3

Exemples

5 < 7 et 7 > 5

Règles de grammaire ?

- On met un trait d'union dans les nombres composés inférieurs à 100.
- Mille est invariable.
- Millions et milliards sont des noms et s'accordent.
- Vingt et cent s'accordent s'ils ne sont pas suivis d'un adjectif cardinal.

Exemples

- 320 s'écrit **trois cent vingt**
- 2 300 s'écrit **deux mille trois cents**
- 80 s'écrit **quatre-vingts**
- 2 000 083 s'écrit **deux millions quatre-vingt-trois**
- 80 000 000 s'écrit **quatre-vingts millions**
- 80 000 s'écrit **quatre-vingt mille**
- 5 280 280 280 s'écrit **cinq milliards deux cent quatre-vingts millions deux cent quatre-vingt mille deux cent quatre-vingts**

Définition

Comparer des nombres c'est déterminer s'ils sont égaux ou non.
Ordonner des nombres c'est les classer par *ordre croissant* (du plus petit au plus grand) ou par *ordre décroissant* (du plus grand au plus petit).

Comment comparer deux nombres entiers ?

On supprime les 0 à gauche du premier chiffre non nul (différent de 0).
On compte le nombre de chiffres de chacun des deux nombres.
S'ils n'ont pas le même nombre de chiffres, le plus grand est celui qui a le plus de chiffres.
S'ils ont le même nombre de chiffres, on compare en partant de la gauche ; le plus grand est celui qui a le plus grand chiffre.

Exemple

On veut ordonner 45 234, 100 427, 3 289 et 45 300.

3 289 est le plus petit car il n'a que 4 chiffres.
100 427 est le plus grand car il a 6 chiffres.

45 234 et 45 300 ont tous les deux 4 chiffres ; il faut donc les comparer, chiffre par chiffre, en partant de la gauche.

Ils ont le même chiffre des dizaines de mille ; ils ont le même chiffre des unités de mille.
Le chiffre des centaines d'unités de 45 300 est plus grand que celui des centaines d'unités de 45 234 ; donc 45300 > 45 234.

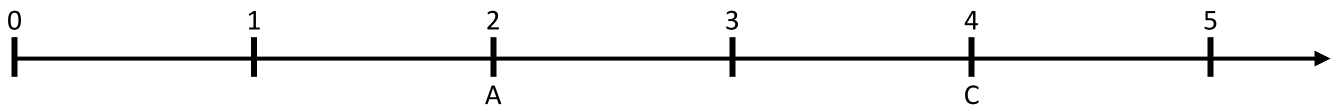
L'ordre est donc **3 289 < 45 237 < 45 300 < 100 427**.

Classe des mille			Clase des unités		
Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités
	4	**5**	**2**	**3**	**4**
1	**0**	**0**	**4**	**2**	**7**
		3	**2**	**8**	**9**
	4	**5**	**3**	**0**	**0**

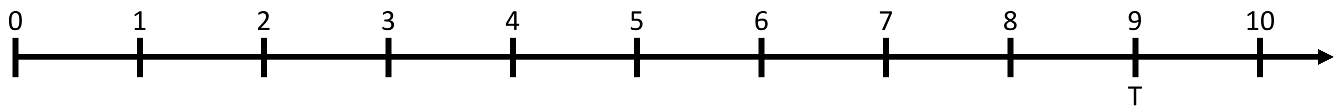
Définition

On peut graduer une demi-droite. Pour cela, il faut placer l'origine à l'extrémité de la demi-droite et placer une unité (le « 1 »).
On reporte alors la longueur entre 0 et 1 ; puis on place les valeurs 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; …
On obtient alors une *demi-droite graduée*.
Bien penser à placer une flèche à l'extrémité de la portion de demi-droite tracée.

Exemples



Le point A placé à la position 2.
On dit que l'*abscisse* de A est 2 ou que l'*affixe* de A est 2.
4 est l'abscisse du point C



L'abscisse du point T est 9.
On ne peut pas écrire que T = 9 car T (qui est un point) ne peut pas être égal à 10 (qui est un nombre).
On écrit **T(9)**

AVEC LA RÈGLE : vocabulaire

CM2 : Reconnaître et nommer : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle, losange, trapèze, trapèze rectangle, pentagone et hexagone
6ème : Alignement, appartenance

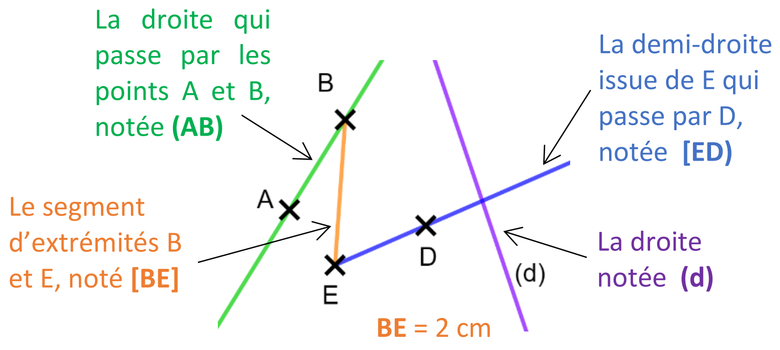
Comment nommer un objet géométrique ?

Pour nommer un point, on lui associe une lettre MAJUSCULE.

Pour nommer une *droite*, il y a deux possibilités :

- écrire, entre parenthèses, les noms de 2 points sur la droite
- écrire, entre parenthèse, une lettre minuscule qui sera le nom de la droite.

Pour nommer un *segment* on écrit, entre crochets, les noms des 2 points aux extrémités du segment



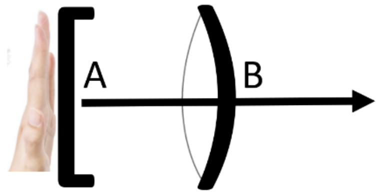
Pour nommer une *demi-droite*, on écrit un crochet, le point duquel est issue la demi droite, un autre point sur la demi-droite et une parenthèse.

Pour parler de la *longueur d'un segment*, on indique les noms des extrémités du segment (*sans rien autour*).

Pour mémoire

On met un crochet pour marquer que l'objet s'arrête. Le crochet ressemble à une main qui arrêtera le tracé.

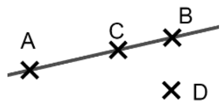
On met une parenthèse pour marquer que l'objet continu. La parenthèse ressemble à un verre de lunette qui laisse passer la lumière.



Par exemple la demi-droite issue de A qui passe par B s'écrit **[AB)**

Notations

La lettre grecque epsilon ∈ signifie « appartient à », « est élément de », « fait partie de ».



La lettre epsilon barrée en diagonale ∉ signifie « n'appartient pas à », « n'est pas élément de », « ne fait pas partie de ».

Par exemples : C ∈ [AB], B ∈ (AC), B ∈ [AC), B ∉ [AC], D ∉ [AC]

Des points sont dits *alignés* s'ils sont sur la même droite.

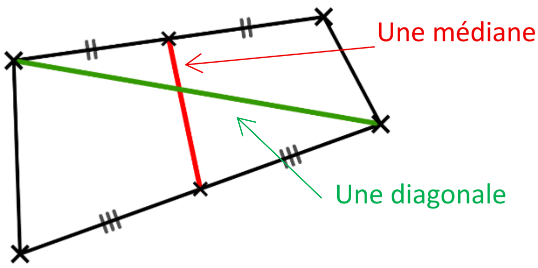
Par exemple, A, B et C sont alignés tandis que A, C et D ne sont pas alignés.

Définitions

Un *quadrilatère* est une figure ayant 4 côtés.

Une *médiane* d'un quadrilatère est la droite qui relie les milieux de deux côtés opposés.

Une *diagonale* est la droite qui relie 2 sommets opposés.

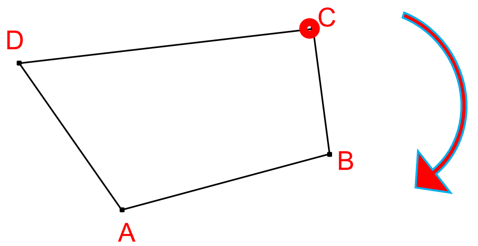


Remarque

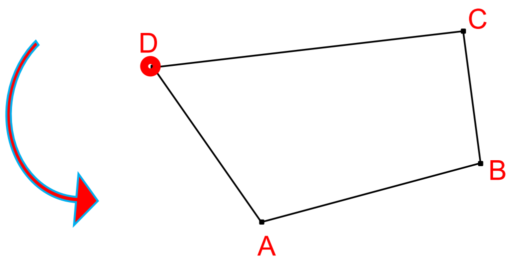
Pour tracer une figure, il est souvent utile (comme pour les triangles) de réaliser (sur le brouillon) un petit schéma du quadrilatère à réaliser.

Rappel

Pour nommer une figure, on choisit un point de départ et un sens de rotation.



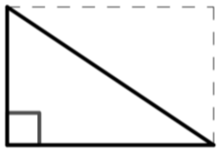
Le quadrilatère est CBAD.



Le quadrilatère est DABC.

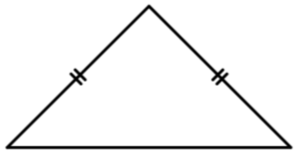
Définitions

Triangle rectangle



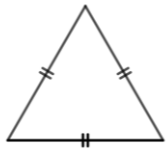
La moitié d'un rectangle

Triangle isocèle



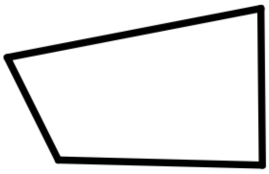
On retrouve « iso » dans isolant. L'isolant partage en 2 parties ; donc 2 côtés égaux

Triangle équilatéral



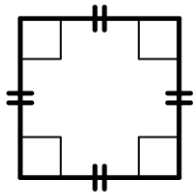
On retrouve « équi » dans équitable qui veut dire partage EGAL, donc 3 côtés égaux

Quadrilatère



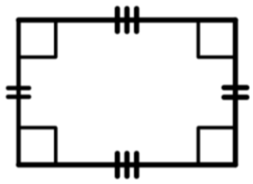
On retrouve « qua » dans quatre donc 4 côtés

Carré



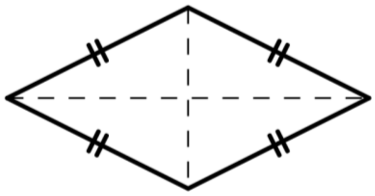
4 côtés égaux
+
4 angles droits

Rectangle



2 × 2 côtés égaux
+
4 angles droits

Losange



4 côtés égaux

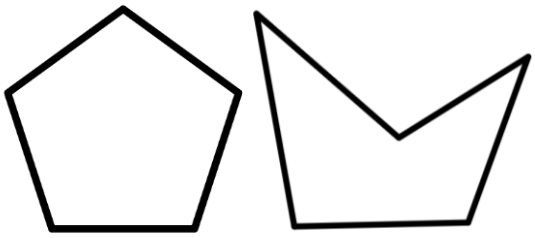
Trapèze

2 côtés parallèles

Trapèze rectangle

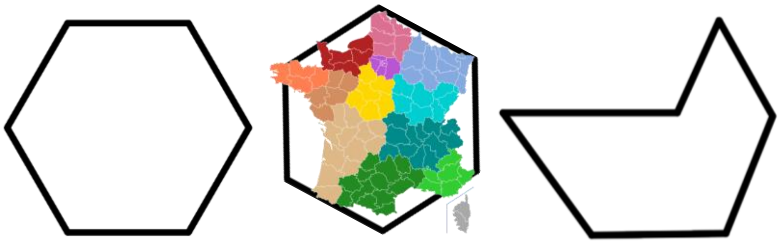
Trapèze
+
Au moins 1 angle droit

Pentagone



En grec, penta signifie 5

Hexagone



En grec, hexa veut dire 6
On dit que la France est un hexagone, elle semble avoir 6 côtés

NOMBRES DECIMAUX

CM2 : Placer et repérer sur une demi-droite graduée – Décomposer - Comparer, encadrer, intercaler, ordonner – Arrondis
6ème : Placer et repérer sur une demi-droite graduée – Comparer, ordonner, encadrer, intercaler – Arrondis – Différentes écritures

Définition

On partage les unités en 10, 100, 1000, ...
On obtient des *dixièmes*, des *centièmes*, des *millièmes*, ...
On partage alors les nombres en 2 parties : *la partie entière* et la *partie décimale*.

152,34

Partie entière — Virgule — Partie décimale

Exemples

Classe des mille			Clase des unités									
Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités		Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionièmes
				1	5	,	2	3				
					3	,	5	0	2			

Le nombre 15,23 se lit « quinze virgule vingt-trois ».
Le nombre 15,23 peut se comprendre : 1 dizaine + 5 unités + 2 dixièmes + 3 centièmes

On peut alors écrire $15{,}23 = (1 \times 10) + (5 \times 1) + (2 \times \frac{1}{10}) + (3 \times \frac{1}{100})$

Pour le nombre 15,23 on a :

Le chiffre des dizaines est 1	**Le chiffre des unités est 5**	**Le chiffre des dixièmes est 2**	**Le chiffre des centièmes est 3**
Le nombre de dizaines est 1	**Le nombre d'unités est 15**	**Le nombre de dixièmes est 152**	**Le nombre de centièmes est 1523**

Comment comparer 2 décimaux ?

Si les deux nombres n'ont pas la même partie entière, le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.

Si les deux nombres ont la même partie entière, il y a deux méthodes pour les comparer :

S'ils n'ont pas le même chiffre des dixièmes, le plus grand nombre est celui qui a le plus grand chiffre des dixièmes.

S'ils ont le même chiffre des dixièmes, on regarde les chiffres des centièmes.
S'ils n'ont pas le même chiffre des centièmes, le plus grand nombre est celui qui a le plus grand chiffre des centièmes.

S'ils ont le même chiffre des centièmes, on regarde les chiffres des millièmes.
S'ils n'ont pas le même chiffre des millièmes, le plus grand nombre est celui qui a le plus grand chiffre des millièmes.

...

On ajoute des « 0 » à la fin pour que les deux nombres aient le même de chiffres dans la partie décimale

Le plus grand est alors celui qui a la plus grande partie décimale.

Exemples

Comparer 15,23 et 105,23	Comparer 15,203 et 15,23	Comparer 15,203 et 15,23
On compare les parties entières. 15 < 105 donc 15,23 < 105,23	On compare les parties entières. 15 = 15 On, compare le chiffre des dixièmes 2 = 2 On compare le chiffre des centièmes 0 < 3 donc 15,203 < 15,23	On compare les parties entières. 15 = 15 On ajoute des « 0 » pour que les nombres aient le même nombre de chiffres 15,203 et 15,23 = 15,230 203 < 230 donc 15,203 < 15,230

Définition

Intercaler un nombre entre deux décimaux c'est placer un nombre entre les deux.

Il est toujours possible d'intercaler un nombre entre deux nombres décimaux ; il est même possible d'en intercaler une infinité.

Exemples

Entre 15 et 17 on peut intercaler : 16 ; 15,2 ; 15,37 ; 15,118 … car 15 < 15,118 < 15,2 < 15,37 < 16 < 17

Entre 15,2 et 15,3 on peut intercaler 15,23 ; 15,27 ; 15,2189 … car 15,2 < 15,2189 < 15,23 < 15,27 < 15,3

Comment donner une valeur approchée, un arrondi, une troncature ?

Lorsque l'on a un nombre décimal avec beaucoup de chiffres dans la partie décimale, il peut être intéressant de donner une *valeur approchée* avec moins de chiffres qui soit « proche » du nombre.

Il faut alors donner la précision que l'on souhaite (à l'unité, au dixième, au centième, au millième …).

Pour cela il faut donner en encadrement au dixième (ou centième, ou millième …) c'est-à-dire encadrer le nombre proposé par deux nombres distants de un dixième (un centième, un millième …).

La valeur approchée par défaut (ou la troncature) est celui qui en-dessous.

La valeur approchée par excès est celui qui est au-dessus.

L'arrondi est celui qui est le plus proche. Pour cela, on regarde le chiffre d'après.

Si celui-ci est 0, 1, 2, 3 ou 4 l'arrondi est la valeur approchée par défaut.

Si celui-ci est 5, 6, 7, 8 ou 9 l'arrondi est la valeur approchée par excès.

Exemples

	Encadrement à l'unité	Valeur approchée par défaut à l'unité	Valeur approchée par excès à l'unité	Troncature à l'unité	Arrondi à l'unité
15,475	15 < 15,475 < 16	15	16	15	15

Le chiffre des dixièmes est **4** donc on arrondit au-dessous ↑

	Encadrement au dixième	Valeur approchée par défaut au dixième	Valeur approchée par excès au dixième	Troncature au dixième	Arrondi au dixième
15,475	15,4 < 15,475 < 15,5	15,4	15,5	15,4	15,5

Le chiffre des centièmes est **7** donc on arrondit au-dessus ↑

	Encadrement au centième	Valeur approchée par défaut au centième	Valeur approchée par excès au centième	Troncature au centième	Arrondi au centième
15,475	15,47 < 15,475 < 15,48	15,47	15,48	15,47	15,48

Le chiffre des centièmes est **5** donc on arrondit au-dessus ↑

Définition

Une *écriture fractionnaire* est une manière d'écrire une fraction ou une division.

Le *numérateur*

$$\frac{5}{4} = 5 \div 4$$

Le *dénominateur*

Si le numérateur et le dénominateur sont des entiers, on parle de *fraction*

Si le numérateur est un entier et le dénominateur est 10, 100, 1000, 10000, …, on parle de *fraction décimale*.

Exemples

Nombre	15	15,2	$\frac{2,5}{4}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{253}{100}$
Ecriture fractionnaire ?	×	×	✓	✓	✓
Fraction ?	×	×	×	✓	✓
Fraction décimale ?	×	×	×	×	✓

Différentes écritures d'un nombre décimal

On peut écrire les nombres décimaux :

- avec une virgule
- comme somme d'un entier et d'une fraction décimale
- comme somme d'un entier et de plusieurs fractions décimales

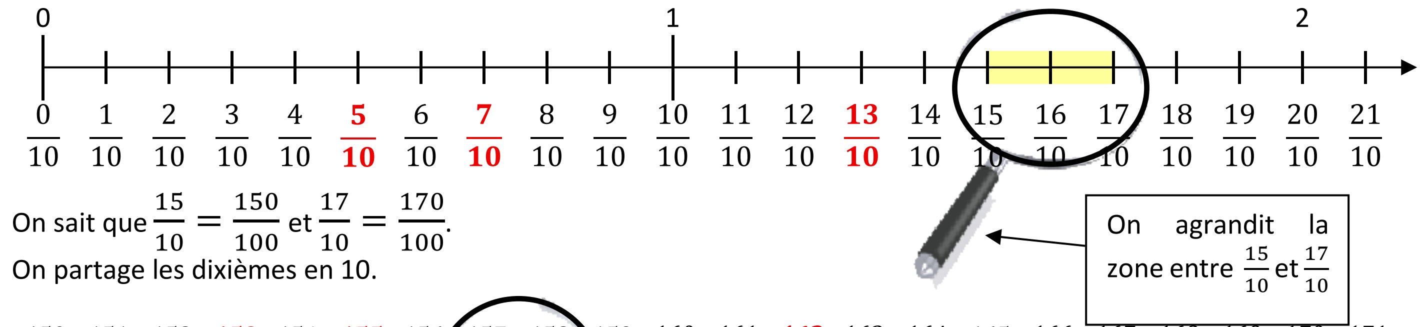
Exemples

Nombre	somme d'un entier et d'**une** fraction décimale	somme d'un entier et de **plusieurs** fractions décimales
15,23	$15+\frac{23}{100}$	$15+\frac{2}{10}+\frac{3}{100}$
3,502	$3+\frac{502}{1\,000}$	$3+\frac{5}{10}+\frac{2}{1\,000}$
0,050 2	$0+\frac{502}{10\,000}$	$0+\frac{5}{100}+\frac{2}{10\,000}$

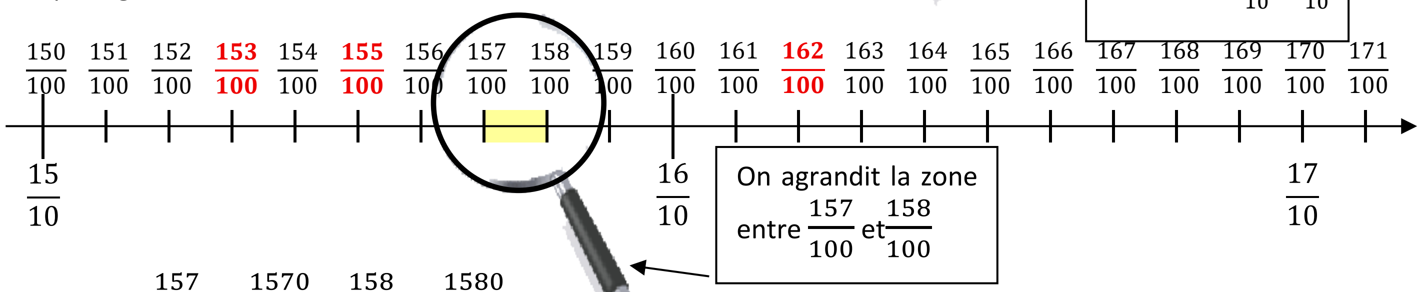
Exemple (placer une fraction décimale)

Placer les nombres $\frac{5}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{153}{100}$; $\frac{162}{100}$; $\frac{155}{100}$; $\frac{1574}{1000}$ et $\frac{1577}{1000}$ sur des axes gradués.

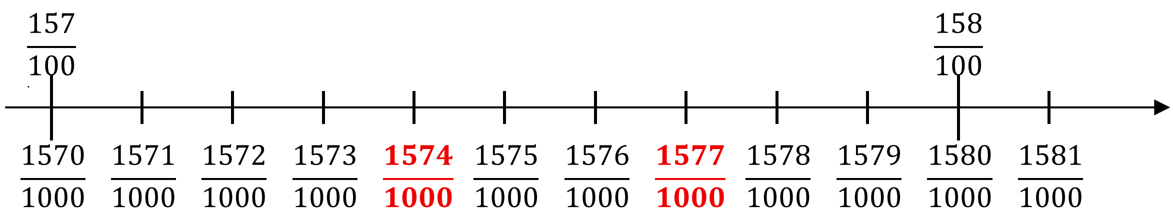
Tracer un axe gradué et partager chaque unité en 10 parts pour obtenir des dixièmes.



On sait que $\frac{15}{10}=\frac{150}{100}$ et $\frac{17}{10}=\frac{170}{100}$.
On partage les dixièmes en 10.



On sait que $\frac{157}{100}=\frac{1570}{1000}$ et $\frac{158}{100}=\frac{1580}{1000}$.
On partage les centièmes en 10.

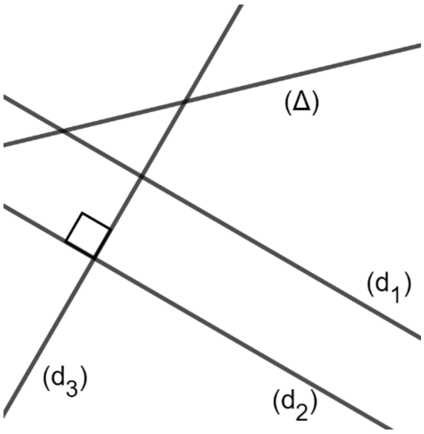


AVEC LA RÉQUERRE : perpendiculaires et parallèles

CM2 : Equerre, perpendiculaire, parallèle - Parallélisme des côtés opposés, égalités de longueurs et d'angles pour : triangle rectangle, isocèle, équilatéral, carré, rectangle, losange, trapèze et trapèze rectangle
6ème : Relation entre perpendicularité et parallélisme - Distance d'un point à une droite

Définitions

Deux droites sont dites *sécantes* si elles se coupent.
Si elles forment un droit, on dit qu'elles sont *perpendiculaires*.
Deux droites qui ne sont pas sécantes sont dites *parallèles*.



Remarque

Lorsqu'il y a de nombreuses droites on peut les appeler (d_1), (d_2), (d_3), (d_4), …
On peut aussi utiliser la lettre grecque « delta » qui s'écrit Δ ; cela a donné notre lettre D en majuscule.

Notation

Lorsque deux droites sont parallèles, on écrit //
Lorsque deux droites sont perpendiculaires, on utilise $\perp$

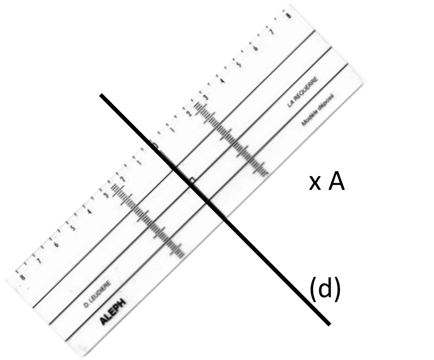
Exemples

Les droites (Δ) et (d_3) sont sécantes.
Les droites (d_3) et (d_2) sont perpendiculaires ; on note $(d_3) \perp (d_2)$
Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles ; on note $(d_1) // (d_2)$

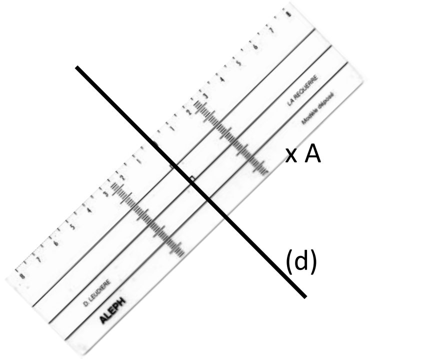
On peut écrire « (d_1) et (d_2) sont parallèles » mais pas « (d_1) et (d_2) sont // » car le symbole « // » est une abréviation.

Comment tracer la droite perpendiculaire à une droite ?

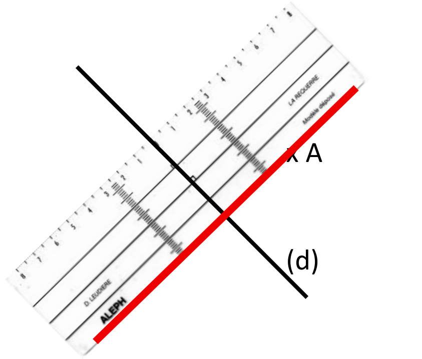
On veut tracer la droite perpendiculaire à la droite (d) qui passe par le point A.



① Positionne l'axe de la réquerre sur la droite (d)



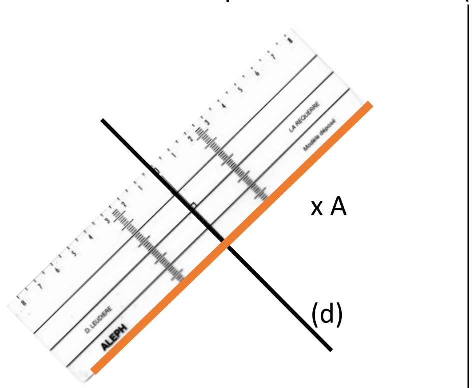
② Fais glisser la réquerre, en maintenant l'axe sur la droite (d), jusqu'à ce qu'un côté de la réquerre touche le point A



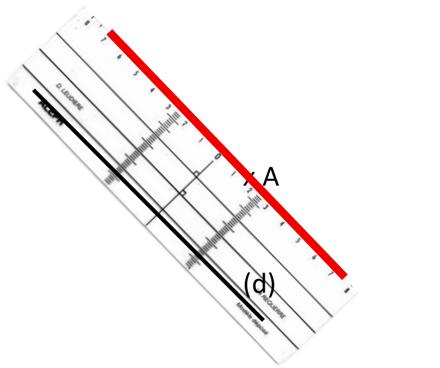
③ Trace la droite qui passe par A et qui « longe » la réquerre.

Comment tracer la droite parallèle à une droite ?

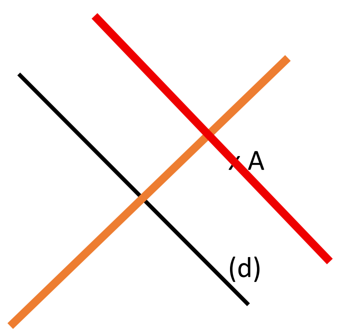
On veut tracer la droite parallèle à la droite (d) qui passe par le point A.



① Trace une droite perpendiculaire à la droite (d) ; n'importe laquelle.



② Trace la droite perpendiculaire à la droite que tu viens de tracer qui passe par A.



Comment démontrer ?

Démontrer c'est expliquer pourquoi un énoncé est juste.
Pour cela, on va utiliser des propriétés déjà démontrées.

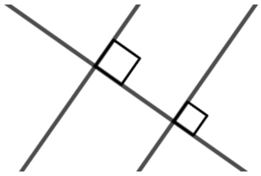
Par exemple, voilà une propriété : « **si il pleut alors je prends mon parapluie** ».
Pour utiliser cette propriété, j'ai besoin de vérifier la ou les condition(s) d'application. C'est ce qui se trouve entre les mots « **si** » et « **alors** ». Dans l'exemple ici, c'est « il pleut ».

Exemple de démonstration de la vie quotidienne

Etapes	Ce qu'il faut écrire
① Je vérifie les conditions d'application	Je vois qu'**il pleut** dehors
② Je cite la propriété	d'après la propriété qui dit que « **si il pleut alors je prends mon parapluie** »
③ Je conclue	donc **je prends mon parapluie**

Propriété admise

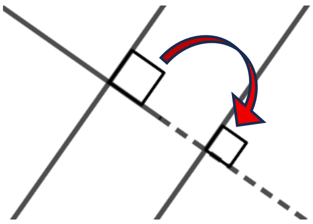
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles



Condition d'application : j'ai 2 droites qui sont perpendiculaires à une même troisième droite
Utilisation : pour démontrer que 2 droites sont parallèles

Propriété admise

Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une d'elle alors la troisième est perpendiculaire à la deuxième

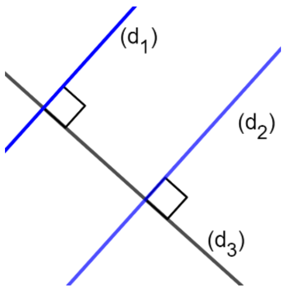


Si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre

Condition d'application : j'ai 2 droites qui sont parallèles et une troisième droite perpendiculaire à l'une
Utilisation : pour démontrer que 2 droites sont perpendiculaires

Exemple d'exercice 1

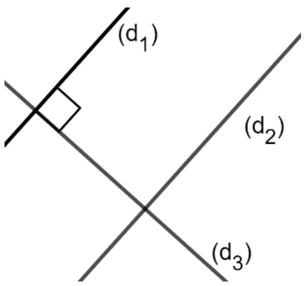
Enoncé :
Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à la droite (d_3)
Montrer que (d_1) et (d_2) sont parallèles



Démonstration
① L'énoncé dit que (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à la droite (d_3)
② d'après la propriété qui dit que « **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles** »
③ donc (d_1) et (d_2) sont parallèles

Exemple d'exercice 2

Enoncé :
Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles
Les droites (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires
Montrer que (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires



Démonstration
① L'énoncé dit que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et que les droites (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires
② d'après la propriété qui dit que « **Si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre** »
③ donc (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires.

ADDITIONS, SOUSTRACTIONS (nombres entiers et décimaux)

CM2 : Ordre de grandeur – 1 ou 2 parenthèses – Problème additif, dénombrement, optimisation, durée – Addition à trous – Appliquer un programme de calcul – Compléter une suite
6ème : Additionner et soustraire des nombres décimaux – Priorités - Problèmes

Définition

Le résultat d'une addition est la *somme*
Le résultat d'une soustraction est la *différence*

Règles pour bien poser une addition ou une soustraction

1. Mettre un chiffre par carreau
2. Aligner les unités, les dizaines, …
3. Trace le trait avec une règle
4. Bien penser aux retenues

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ \ \ } \\ 45{,}8 \\ +\ 97{,}4 \\ \hline 143{,}2 \end{array}$$

Mots indices
Dans les problèmes, des mots peuvent indiquer l'opération à choisir :

Addition	Soustraction
Et	Soustraire
Additionner	Différence
Somme	Ecart
« de plus »	« de moins »
Ajouter, rajouter	Manquer
	Enlever, retirer

Comment rédiger un problème ?
S'il y a plusieurs calculs à effectuer, il y a autant de chaînons que de calculs.

Par exemple, s'il y a 3 calculs, il y aura :

Phrase qui présente le calcul 1
 Calcul 1
Réponse 1 ← facultative
Phrase qui présente le calcul 2
 Calcul 2
Réponse 2 ← facultative
Phrase qui présente le calcul 3
 Calcul 3
Phrase réponse 3

La dernière réponse est **encadrée** avec une règle.

Exemple

Enoncé
Dans un collège, il y a 18 classes.
Dans chaque classe, il y a 26 élèves.
Quel est le nombre d'élèves de ce collège ?

Pour résoudre ce problème, je cherche la question.
Elle se termine (souvent) par un point d'interrogation.
Ici, on cherche le nombre d'élèves de ce collège.

Je cherche quelles données de l'énoncé vont me servir.
Je peux les souligner (ou surligner).
Ici, il y a 18 classes de 26 élèves.

Je détermine l'opération à effectuer.
Ici, c'est une multiplication.

Je rédige la réponse.

Réponse
Je calcule combien il y a d'élèves dans ce collège.

$$\begin{array}{r} 2\ 6 \\ \times\ 1\ 8 \\ \hline 2\ 0\ 8 \\ +\ 2\ 6\ 0 \\ \hline 4\ 6\ 8 \end{array}$$

Il y a $\boxed{\textbf{468 élèves}}$ dans le collège.

Propriété ***des priorités opératoires*** admise

Lorsqu'il y a plusieurs opérations, on procède selon l'ordre suivant :

1. On calcule d'abord l'intérieur des parenthèses. Si des parenthèses sont imbriquées (lune dans l'autre), on commence par celles qui sont le plus à l'intérieur.
2. On effectue ensuite les multiplications de gauche à droite
3. On termine toujours par les additions et les soustractions de gauche à droite

Exemple

$5+(4+(3-2)+5\times 2)=5+(4+1+5\times 2)=5+(4+1+10)=5+15=\mathbf{20}$

Remarque

Lorsqu'il y a plusieurs calculs à effectuer, on effectue un premier calcul (en rouge dans l'exemple ci-dessus) et on recopie tout ce qui est à gauche et à droite du calcul effectué.

Ordres de grandeurs

Lorsque l'on résout un problème, il peut être intéressant de calculer un ordre de grandeur du résultat pour vérifier si le résultat est correct.

Exemple de problème

Marina un nouveau vélo à 1 099,95 €, un casque à 44,32 € et des habits de protection pour 128,42 €.
Combien doit-elle payer ?

1 099,95 est proche de 1 100 €, 44,32 est proche de 40 €, 128,42 est proche de 130 €
1 100 + 40 + 130 = 1 270 donc 1 099,95 + 44,32 + 128,42 est proche de 1270.
Marina a trouvé 12 726,9 ; c'est loin de 1 270 donc elle s'est trompée.
La bonne réponse est 1 272,69 qui est proche de 1 270.

Exemple de problème complet

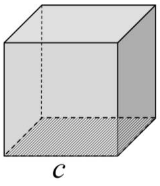
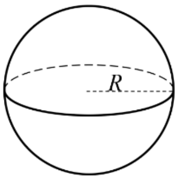
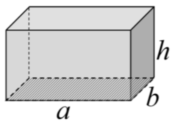
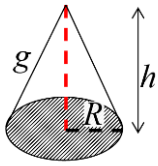
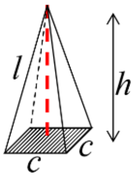
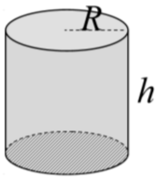
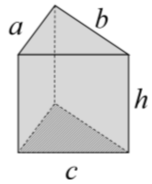
Enoncé	En sortant du dépôt de bus, Marcus, le chauffeur, est seul dans son bus. Au premier arrêt, 15 personnes montent dans le bus Au second arrêt, 8 personnes descendent et 13 montent dans le bus. Au troisième arrêt, 5 personnes descendent et aucun ne monte. Au quatrième arrêt, 12 personnes descendent et 3 montent Combien de passagers descendent au cinquième et dernier arrêt ?

Réponses rédigées	**Méthode simple**	**Méthode avec une seule opération**
	Je calcule combien il y a de passagers après le 1er arrêt 0 + 15 = 15 Je calcule combien il y a de passagers après le 2ème arrêt 15 – 8 + 13 = 7 + 13 = 20 Je calcule combien il y a de passagers après le 3ème arrêt 20 – 5 = 15 Je calcule combien il y a de passagers après le 4ème arrêt 15 - 12 + 3 = 3 + 3 = 6 Donc **6 passagers** descendent au dernier arrêt.	Je calcule de passagers descendent au dernier arrêt **0 + 15** – 8 + 13 - 5 - 12 + 3 = **15 – 8** + 13 - 5 - 12 + 3 = **7 + 13** - 5 - 12 + 3 = **20 - 5** - 12 + 3 = **15 - 12** + 3 = **3 + 3** = 6 Donc **6 passagers** descendent au dernier arrêt.

PAVÉ DROIT ou PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

6ème : Nommer et décrire : cube, boule, pavé, cône, pyramide, cylindre, prisme - Construire un patron d'un cube, pavé - Repérage et déplacements

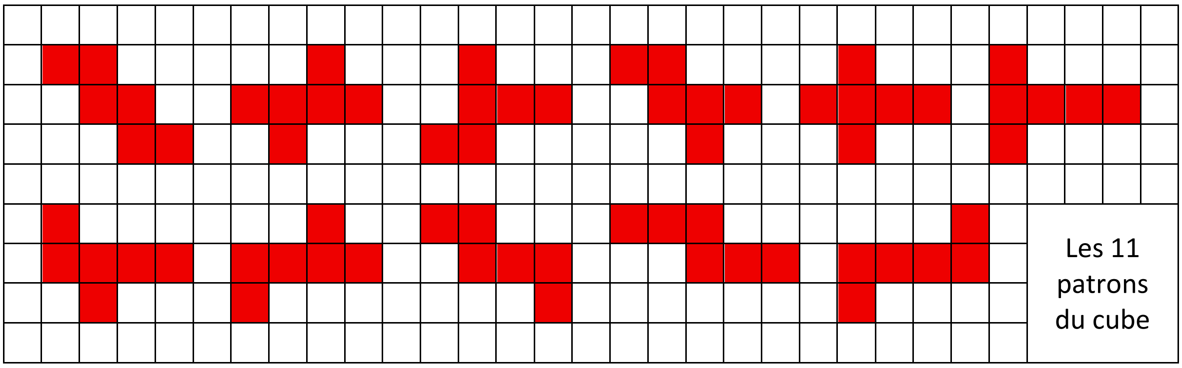
Définitions

Cube	*Boule*	*Pavé*	*Cône*	*Pyramide*	*Cylindre*	*Prisme*
						
Cube d'arrête *c*	Boule de rayon *R*	Pavé de base rectangulaire de côtés a et b e te hauteur h	Cône de rayon *R* et de hauteur *h*	Pyramide régulière de basse carrée de côté *c* et de hauteur *h*	Cylindre de rayon *R* et et hauteur *h*	Prisme de hauteur h et de base le triangle de côtés *a*, *b*, *c*

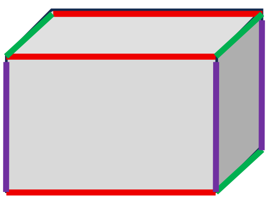
Définition

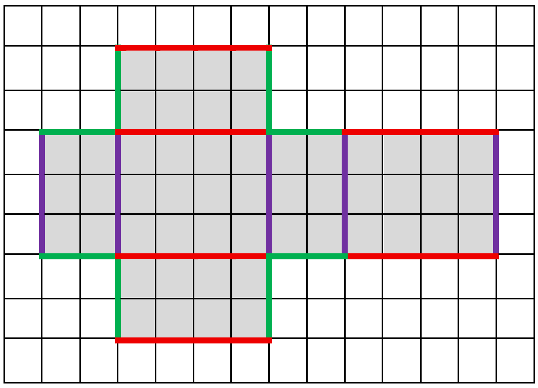
Un patron d'une figure est ce qu'il faut trace sur une feuille avant de le découper pour fabriquer le solide.

Exemple du cube

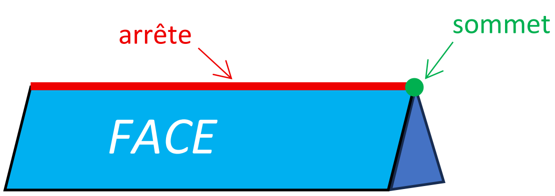


Exemple du pavé droit





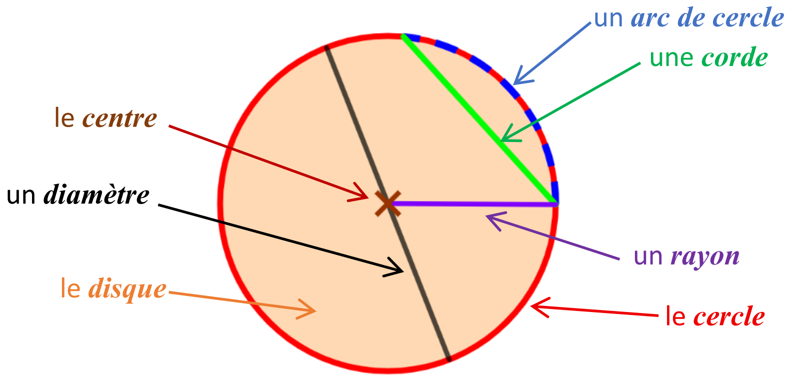
Définitions



AVEC LE COMPAS : cercles, distances et médiatrices

CM2 : Equidistance à un point – Reproduire : carré, rectangle, un triangle, triangle rectangle, cercle, assemblages de ces figures - Construire une figure géométrique composée de segments, droites, polygones usuels et cercles - Programme de construction
6ème : Cercle, disque, rayon, diamètre, corde – Distance, équidistance à 1 ou 2 points – Médiatrice, cercle circonscrit

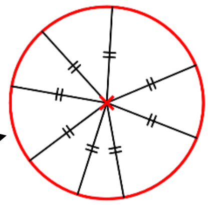
Définitions

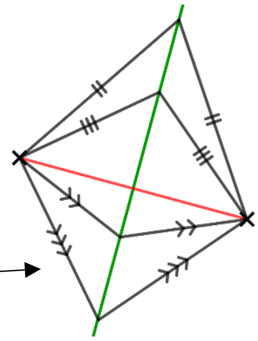


Définition

La *distance* entre 2 objets est la longueur du plus court chemin entre ces 2 objets
On dit que 2 objets sont *équidistants* d'un troisième si les distances qui relie les 2 premiers objets au troisième sont les mêmes.

Propriété admise
La distance entre 2 points est la longueur du segment reliant ces 2 points.

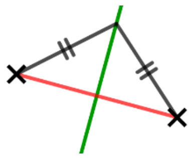




Propriété admise
L'ensemble des points équidistants à **un** point est un cercle.

Propriété admise
L'ensemble des points équidistants à **deux** points est une droite
C'est droite est appelée la *médiatrice du segment* reliant les 2 points.

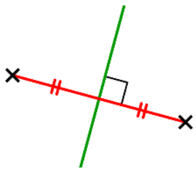
Propriété admise
Si un point est la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités du segment.



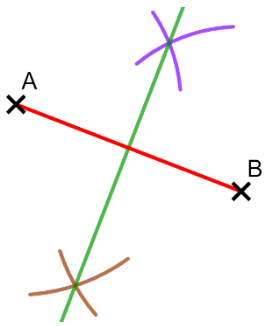
Propriété admise
Si un point équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice du segment.

Propriété admise
La médiatrice d'un segment est la droite qui :

1. passe par le milieu du segment
2. est perpendiculaire du support du segment.

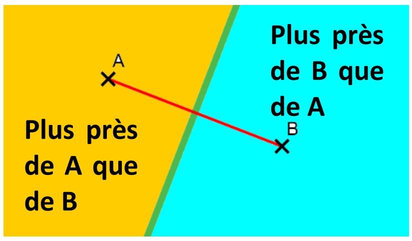


Comment tracer la médiatrice d'un segment
On veut tracer la médiatrice du segment [AB].
Tracer, d'un côté du segment, deux arcs cercles de centres A et B et de <u>même</u> rayon ; il se coupent en C.
Tracer, de l'autre côté du segment, deux arcs cercles de centres A et B et de <u>même</u> rayon ; il se coupent en D.
Les 4 cercles peuvent avoir le même rayon.
On peut tracer les 4 arcs du même « coté » du segment, mais dans ce cas, les rayons des cercles sont égaux 2 à 2.
La médiatrice du segment est la droite (CD).



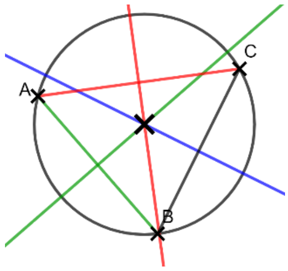
Propriété admise
La médiatrice du segment [AB] partage le plan en 3 parties :

- les points plus près de A que de B
- les points à même distance de A que de B (ceux sur la médiatrice)
- les points plus près de B que de A.

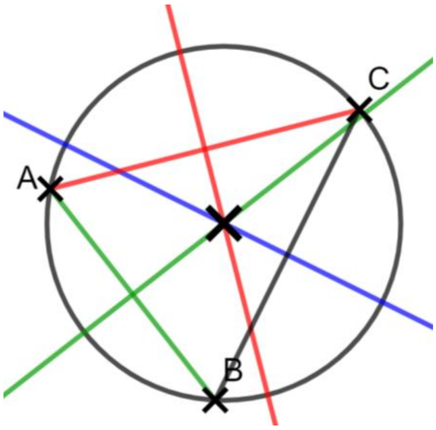
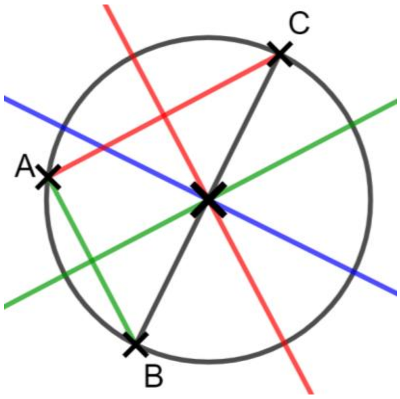
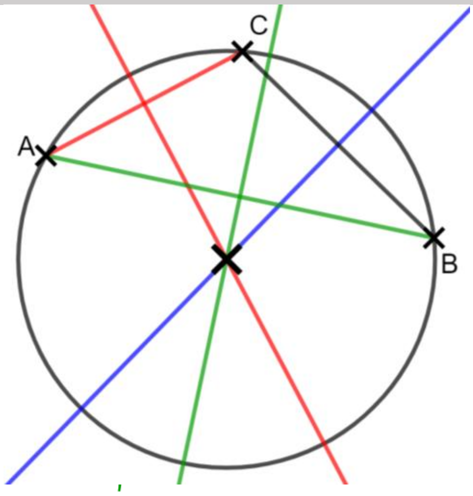


Propriété admise

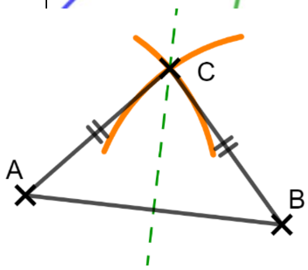
Le *centre du cercle circonscrit* à un triangle ABC est le point d'intersection des médiatrices des 3 côtés du triangle.
Le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC est le point équidistant des points A, B et C.
Le *cercle circonscrit* au triangle est un cercle passant par les 3 sommets A, B et C.



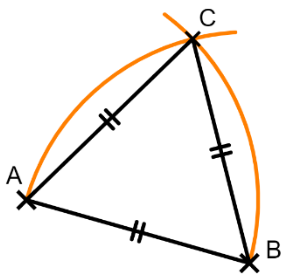
Remarque
Le centre du cercle circonscrit peut être :

à l'intérieur du triangle	au milieu d'un côté du triangle si le triangle est rectangle	à l'extérieur du triangle
		

Comment tracer un triangle isocèle ?
Tracer un côté du triangle, on l'appellera *la base du triangle*.
Tracer deux arcs de cercles, de même rayon, qui vont se couper.
Le point d'intersection de ces deux cercles est appelé *sommet principal*.
Le sommet principal est sur la médiatrice de la base du triangle.



Comment tracer un triangle équilatéral ?
Tracer un côté du triangle.
Tracer deux arcs de cercles, de rayons égaux au côté déjà tracé, qui vont se couper.
Le point d'intersection de ces deux cercles est appelé *sommet principal*.



MULTIPLICATIONS (nombres entiers et décimaux)

CM2 : Multiples communs à deux nombres entiers inférieurs à 15 – Multiplication décimal par entier – Ordre de grandeur – Calculs avec 1 ou 2 parenthèses - Problèmes multiplicatifs de type « parties-tout » en une étape, mixtes en plusieurs étapes, comparaison multiplicative
6ème : Multiplier 0,1, par 0,01, et par 0,001 ; lien avec la division par 10, 100 et par 1 000 - Sens multiplication de 2 décimaux - Produit de 2 décimaux - Ordre de grandeur

Définition

Le résultat d'une multiplication est un *produit*.
Les nombres que l'on multiplie sont appelés les *facteurs*.

Règles pour poser une multiplication

- **Ecrire un chiffre par carreau.**
- Aligner les nombres à droite, sans tenir compte des éventuelles virgules.
- Tracer les traits à la règle.
- Ne pas oublier les éventuelles retenues.
- Penser à « décaler » en ajoutant un (des) zéro(s) ou un (des) point(s).
- Penser à la virgule en fin de calculs lorsque l'on multiplie un ou des décimaux.

Mots indices pour savoir quelle opération effectuer :
Multiplier - Produit - « fois plus »

Comment multiplier 2 nombres décimaux ?

1. On effectue la multiplication sans s'occuper des virgules.
2. On compte combien il y a de chiffres après la virgule dans les facteurs à multiplier.
3. On décale la virgule du résultat d'autant de chiffres.

Exemple

		2,	3	5
	×		4,	8
	1	8	8	0
+	9	4	0	.
1	1,	2	8	0

3 chiffres après la virgule

Remarque
Pour vérifier un calcul, il peut être intéressant de trouver un ordre de grandeur du résultat.

Exemple
On veut calculer 2,4 × 7,5

2,4 est proche de 2
7,5 est proche de 7
2,4 × 7,5 est proche de 2 × 7 = 14

Vérifions :

			2,	4
×			7,	5
		1	2	0
+	1	6	8	.
	1	8,	0	0

L'approximation est correcte car 18 est « proche » de 14.

Propriétés admises

Multiplier par 10 revient à décaler la virgule de 1 rang vers la droite.	53×10 = 530	53,789×10=537,89
Multiplier par 100 revient à décaler la virgule de 2 rangs vers la droite.	53×100 = 5300	53,789×100=5378,9
Multiplier par 1000 revient à décaler la virgule de 3 rangs vers la droite.	53×1000 = 53000	
…		
Multiplier par 0,1 revient à décaler la virgule de 1 rang vers la gauche.	53×0,1 = 5,3	
Multiplier par 0,01 revient à décaler la virgule de 2 rangs vers la gauche.	53×0,01 = 0,53	
Multiplier par 0,001 revient à décaler la virgule de 3 rangs vers la gauche.	53×0,001 = 0,053	
…		

PÉRIMÈTRES

6ème : Disques – Conversions longueurs et masses

Définitions

Préfixe	Abréviation	Valeur
téra	T	1 000 000 000 000
giga	G	1 000 000 000
méga	**M**	1 000 000
kilo	**k**	1 000
hecto	**h**	100
déca	**da**	10
déci	**d**	0,1 = 1 / 10
centi	**c**	0,01 = 1 / 100
milli	**m**	0,001 = 1 / 1 000
micro	µ (mu)	0,000 001 = 1 / 1 000 000 Un millionième
nano	n	0,000 000 001 = 1 / 1 000 000 000 Un milliardième
pico	p	0,000 000 000 001 = 1 / 1 000 000 000 000 Un millième de milliardième

Exemples

Dans la classe de 6C, il y a 2,9 déca-élèves.
Dans le collège de St-Genis, il y a environ 7,5 hecto-élèves.
Au lycée de St-Genis, il y a environ 2 kilo-élèves.
Dans la ville de St-Genis, il y a environ 12 kilo-habitants.
Sur terre, il y a environ 8,2 giga-habitants.
Sur ma tête, il y a environ 230 kilo-cheveux.
Si je demande 2 kilo-pommes, je veux 2000 pommes.

Le micromètre se dit aussi « micron »

Conversions

Mm			km	hm	dam	m	dm	cm	mm			µm
3	5	2	4									
						3	1	4	1	5	9	2

3,524 Mm = 3 524 km = 35 240 hm = 352 400 dam = 3 524 000 m

3,141592 m = 3141,592 mm = 3141592 µm

Mg t	q		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg			µg
3												

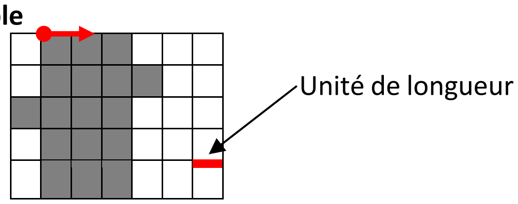
3 tonnes = 3 t = 30 quintaux = 30 q = 3000 kg

Définition

Le *périmètre* d'une figure est la longueur du contour de la figure.

⚠ Pour cela, il faut se fixer une unité de longueur.

Exemple



Le périmètre de cette figure est de **20 bords de carreaux**.

Remarques

Pour calculer le périmètre d'un polygone, il suffit d'additionner la longueur de chacun des côtés formant le bord du polygone.

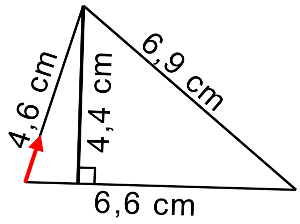
Ne pas oublier l'unité de longueur.

Exemple

Calculons le périmètre de la figure

$4{,}6 + 6{,}9 + 6{,}6 = 18{,}1$

Le périmètre de la figure est $\boxed{\textbf{18,1 cm}}$.



Définition

Le périmètre d'un cercle est appelé la *circonférence* du cercle.

Propriété admise

La circonférence du cercle est proportionnelle au diamètre du cercle.

Pour passer du diamètre à la circonférence, on multiplie par le même nombre (noté π, qui se lit « pi »)

Pour un cercle de rayon R, de diamètre D et de périmètre P, on a : ♥ $\mathbf{P = \pi \times D}$ et $\mathbf{P = 2 \times \pi \times R}$

Remarques

On ne peut pas donner une valeur exacte de π.

Pour cette année, sauf indication contraire, on prendra ♥ $\mathbf{\pi \approx 3{,}14}$.

Exemple 1	**Exemple 2**
Calculer le périmètre du cercle de diamètre 10 cm.	Calculer le périmètre du cercle de rayon 3 cm.
Calculons le périmètre du cercle $P = \pi \times D = 3{,}14 \times 10 = 31{,}4$ Le périmètre est $\boxed{\textbf{d'environ 31,4 cm}}$.	Calculons le périmètre du cercle $P = 2 \times \pi \times R = 2 \times 3{,}14 \times 3 = 6{,}28 \times 3 = 18{,}84$ $\begin{array}{r} 6{,}28 \\ \times \quad 3 \\ \hline 18{,}84 \end{array}$ Le périmètre est $\boxed{\textbf{d'environ 18,84 cm}}$.

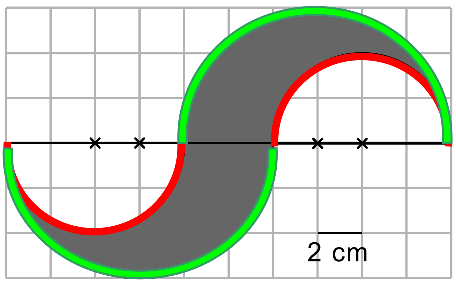
Exemple 3

Le périmètre de la figure est composé de :

- deux demi-cercles de rayon 4 cm
- et de deux demi-cercles de rayon 6 cm

cela revient à

- un cercle de rayon 4 cm
- et un cercle de rayon 6 cm.



Calculons son périmètre.

$P = 2 \times \pi \times R + 2 \times \pi \times R$

$= (2 \times 3{,}14 \times 4) + (2 \times 3{,}14 \times 6)$

$= (6{,}28 \times 4) + (6{,}28 \times 6)$

$= 62{,}8$

Le périmètre est $\boxed{\text{d'environ 62,8 cm}}$.

$\begin{array}{r} 6{,}28 \\ \times \quad 4 \\ \hline 25{,}12 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 6{,}28 \\ \times \quad 6 \\ \hline 37{,}68 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 37{,}68 \\ +\ 25{,}12 \\ \hline 62{,}80 \end{array}$

Pour se rappeler des décimales de π …

Pour se rappeler des premières décimales du nombre π, on peut apprendre les phrases suivantes et compter le nombre de lettres par mot :

Que j'aime à faire connaître ce nombre utile aux sages …

3 , 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5

But a time I spent wandering in bloomy night.

Dir, o Held, o Alter Philosoph, du Reisen-Genie !

Sol y Luna y cielo proclaman al divino autor del cosmo.

DIVISIONS (nombres entiers et décimaux)

CM2 : Diviseurs d'entier jusqu'à 100 – Multiples - Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende entier et un diviseur à un chiffre - Lire l'heure et positionner les aiguilles sur une horloge - Comparer et mesurer des durées entre deux instants
6ème : % - Problèmes – Division euclidienne par un nombre inférieur à 100, d'un décimal par un entier inférieur à 10 - Problèmes avec des divisions euclidiennes – Calculs de durées

Définitions

Le *dividende* →	15	7	← Le *diviseur*
Le *reste* →	1	2	← Le *quotient*

Lorsque le dividende, le diviseur, le reste et le quotient sont entiers et lorsque le reste est inférieur au diviseur, on parle de *division euclidienne*.

Exemples de division

2	3	4	5	7
-2	1			3
	2			

2	3	4	5	7
-2	1	↓		33
	2	4		
	-2	1		
		3		

2	3	4	5	7
-2	1	↓	↓	335
	2	4		
	-2	1		
		3	5	
		-3	5	
			0	

Propriété admise

Dans la division euclidienne de *a* par *b* de quotient *q* et de reste *r*, on a :

$r < b$

$a = (b \times q) + r$

a	b
r	q

Le reste est inférieur au diviseur.
Si on multiplie le quotient par le diviseur et que l'on ajoute le reste, on trouve le dividende.

Exemples

2	3	4	5	7
			0	335

$2345 = (335 \times 7) + 0$

1	2	3	4	9
			1	137

$1234 = (137 \times 9) + 1$

Remarque

On aurait pu écrire : dividende = (diviseur × quotient) + reste

Définitions

On dit que *a* est *divisible* par *b* si le reste de la division de *a* par *b* est 0.
On dit alors que *b* est un *diviseur* de *a* et on dit que *a* est un *multiple* de *b*.

Exemple

2	3	4	5	7
			0	335

On dit que 2345 est divisible par 7, que 7 est un diviseur de 2345 et que 2345 est un multiple de 7.

Propriété admise : *critères de divisibilité*

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).

- 186 se divise par 2 car il est pair (il se termine par 6).
- 187 ne se divise pas par 2 car il est impair.

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 237 est divisible par 3 car 2+3+7=12 et 12 est divisible par 3.
- 238 n'est pas divisible par 3 car 2+3+8=13 et 13 n'est pas divisible par 3.

Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.

- 25 292 est divisible par 4 car 92 est divisible par 4, car 92=40+40+12 et 12 est divisible par 4.
- 45 267 n'est pas divisible par 4 car 67 n'est pas divisible par 67=40+27 et 27 n'est pas divisible par 4.

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou par 5.

- 185 se divise par 5 car il se termine par 5.
- 190 se divise par 5 car il se termine par 0.
- 187 ne se divise pas par 5.

Un nombre entier est divisible par 6 s'il est divisible par 2 ET par 3, donc s'il est pair ET si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 894 se divise par 6 car
  - il se divise par 2 (il est pair),
  - ET il se divise par 3 car 8+9+4=21 qui se divise par 3.
- 165 ne se divise pas par 6 car
  - il ne se divise par 2 (il est impair),
  - même si il se divise par 3 car 1+6+5 = 12 qui se divise par 3.
- 898 ne se divise pas par 6 car
  - il se divise par 2 (il est pair),
  - mais il ne se divise pas par 3 car 8+9+8=25 qui ne se pas divise par 3.
- 77 ne se pas divise par 6 car
  - il ne se divise par 2 (il est impair),
  - il ne se divise par 3 car 7+7=14 qui ne se divise pas par 3.

Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

- 567 est divisible par 9 car 5+6+7=18 et 18 est divisible par 9.
- 123 456 789 est divisible par 9 car 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45 et 45 est divisible par 9.
- 238 n'est pas divisible par 9 car 2+3+8=13 et 13 n'est pas divisible par 9.

Un nombre entier est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Remarque

Un nombre divisible par 9 est obligatoirement divisible par 3.

Exemples

	est divisible par 2	3	4	5	6	9	10
124	✓	×	✓	×	×	×	×
123	×	✓	×	×	×	×	×
17	×	×	×	×	×	×	×
1234567890	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓
45	×	✓	×	✓	×	✓	×
720	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
231	×	✓	×	×	×	×	×
132	✓	✓	✓	×	✓	×	×

Définition

On parle de *division décimale* ou *division*, lorsque le dividende ou le quotient sont décimaux.

Exemples

7	5	,	8	0	4
-4					18,95
3	5				
-3	2				
	3		8		
	-3		6		
			2	0	
			-2	0	
				0	

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotien comportera 1 dizaine.
Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotien comportera 8 unités.
Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.
Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (On ajoute un zéro.) à partager en 4 ; le quotien comportera donc 5 centièmes.
Ainsi **75,8 ÷ 4 = 18,95.**

3	5	,	0	2
-2	↓			17,5
1	5			
-1	4			
	1		0	
	-1		0	
			0	

Remarques

Pour la division euclidienne, on peut coller la barre de division verticale contre le dividende, car il n’y aura rien à ajouter.

1	2	3	4	9
-	9			1 3 7
	3	3		
	-2	7		
		6	4	
		-6	3	
			1	

Pour la division (décimale), on ne sait pas s’il faudra ajouter des « 0 », donc on laisse quelques carreaux avant la barre verticale (3 ou 4) pour pouvoir insérer les éventuels « 0 ».

3	5	,	0	2
-2				1 7, 5
1	5			
-1	4			
	1		0	
	-1		0	
			0	

Pour de nombreuses divisions, l’opération ne s’arrêtera pas ; on pourra juste donner une valeur approchée du résultat. Par exemple :

- $13 \div 3 \approx 4{,}3333$
- $89 \div 7 \approx 12{,}714285\ 714285$

Ne pas oublier de « placer » la virgule au quotient lorsque l’on « passe » la virgule au dividende.

Mots indices

Ses mots peuvent indiquer qu’il faut utiliser une division dans le problème : « partager », « fois moins que »

Conversions de durée

1 h = 60 min
2 h = 120 min
→× 60
0,7h = 42 min

Convertir en heures/minutes 1,7 h

1,7 h = 1h + 0,7h
↓× 60
= 1h + 42 min
= 1h 42 min

Convertir en heures/minutes/secondes 3,2925 h

3,2925 h = 3h + 0,2925h
↓× 60
= 3h + 17,55min
= 3h + 17 min + 0,55 min
↓× 60
= 3h + 17 min + 33 s
= 3h 17min 33s

Convertir en heures/minutes/secondes 10 035s

1	0	0	3	5	s	6	0	s	
	-6	0	↓			1	6	7	min
	4	10	3						
	-31	6	0	↓					
		4	3	5					
		-4	2	0					
			1	5	s				

10 035s = 167min 15s

1	6	7	min	6	0	min
-1	2	0		2	h	
	4	7	min			

10 035s = 2h 47min 15s

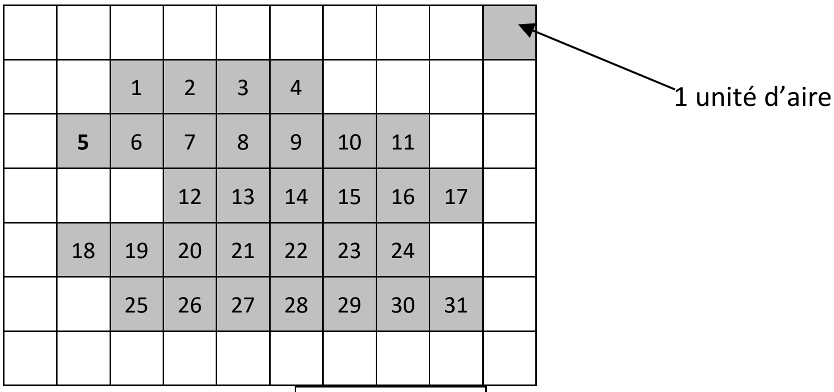
AIRES

CM2 : Comparer - Calculer pour carré et rectangle – Conversions cm², dm², m² - les aires de différentes figures planes
6ème : **Conversions - Formules d'aires (carré, rectangle, triangle et disque)**

Définitions

L'*aire* d'une figure est le nombre de carreaux unités nécessaires pour recouvrir exactement une figure.

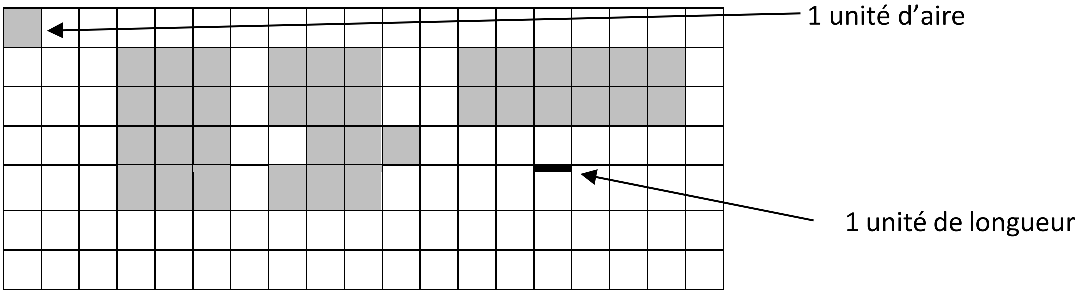
Exemple



L'aire de la figure est de **31 unités d'aire**.

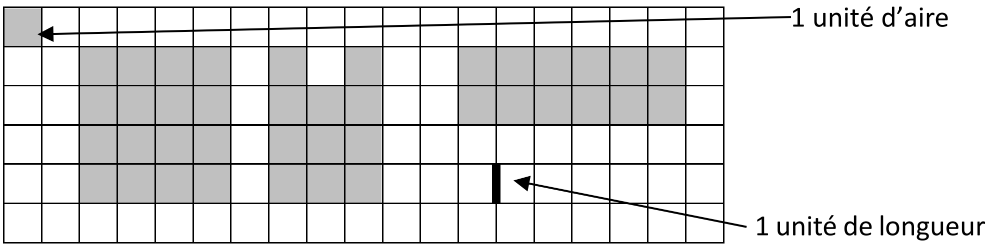
Remarques

Des figures peuvent avoir la même aire mais pas le même périmètre



Aire	12	12	12
Périmètre	14	18	16

Des figures peuvent avoir le même périmètre mais pas la même aire



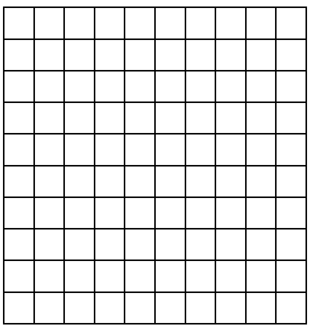
Aire	16	11	12
Périmètre	16	16	16

Définition

Un carré de côté 1 m a pour aire « un mètre carré » noté 1 m².
Un carré de côté 1 dm a pour aire « un décimètre carré » noté 1 dm².
Un carré de côté 1 cm a pour aire « un centimètre carré » noté 1 cm².

Propriété

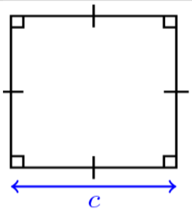
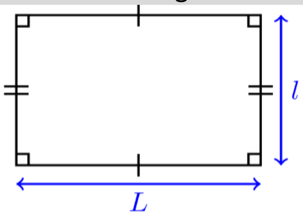
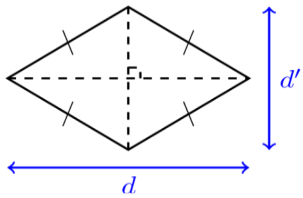
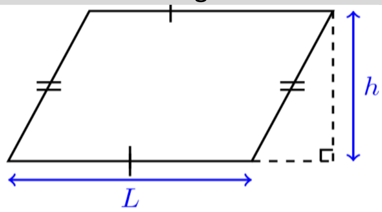
1 cm² = 100 mm²
1 dm² = 100 cm² = 10 000 mm²
1 m² = 100 dm² = 10 000 cm² = 1 000 000 mm²

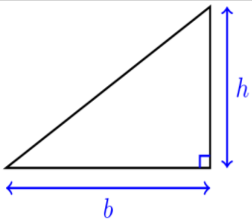
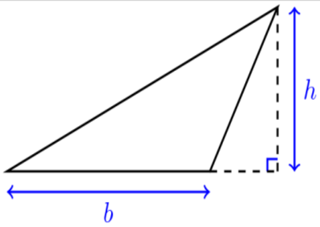
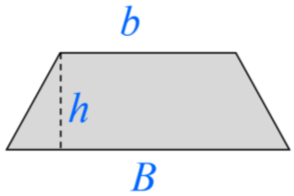
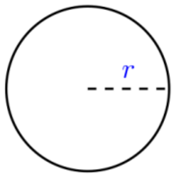


Définition

1 ha = 1 hm² se lit "un *hectare*"
1 a = 1 dam² se lit "un *are*"
1 ca = 1 m² se lit "un *centiare*"

FORMULAIRE ♥

Carré	Rectangle	Losange	Parallélogramme
			
A = c^2	A = $L \times l$	A = $d \times d' \div 2$	A = $b \times h$

Triangle rectangle	Triangle quelconque	Trapèze	Disque
			
$\mathbf{A} = \dfrac{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$		$\mathbf{A} = \dfrac{(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}$	A = $\pi \times r \times r$

Conversions d'aires

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
			ha		a		ca						
		1	5	2	3								

15,23 hm² = 15,23 ha = 1523 dam² = 1523 a

Exemple

Calculer l'aire d'un disque de 4 m de rayon

Calculons l'aire du disque.

$$A = \pi \times R \times R = 3{,}14 \times 4 \times 4 \approx 50{,}24$$

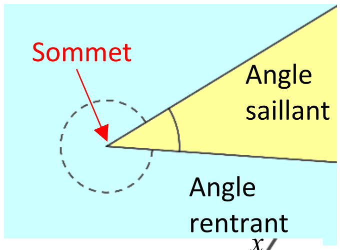
L'aire du disque est d'**environ 50,24 m²**.

ANGLES

CM2 : Comparer – Construire angle = somme de 2 angles – Bissectrice par pliage – Angle droit = 90°
6ème : Angles droit, plat, plein, nul, aigu, obtus, opposés par le sommet, adjacents, supplémentaires – Mesurer et construire – Bissectrice – Construire des triangles - Propriétés angulaires des triangles rectangle, isocèle, équilatéral - Somme des mesures des angles d'un triangle - Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure

Définition

Un *angle* est une portion de droite délimité par deux demi-droites de même origine.
Le point d'intersection des demi-droites est appelé le *sommet* de l'angle.
On définit, alors, même deux angles : un *angle rentrant* et un *angle saillant*.

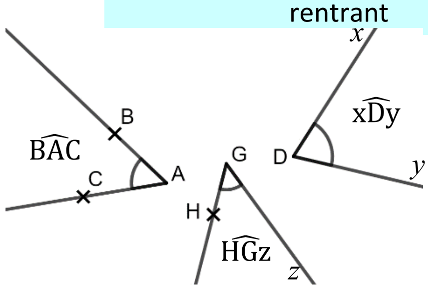


Notation

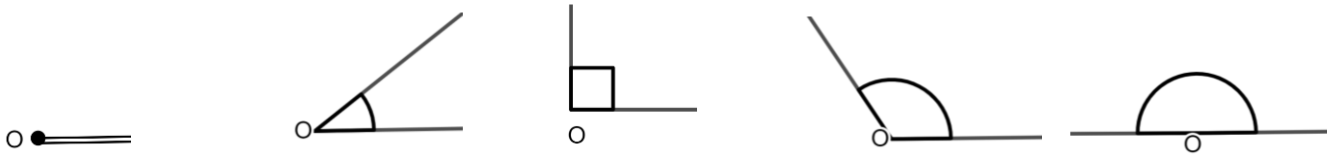
Pour nommer un angle, on prend une lettre sur chacune des demi-droites que l'on écrit de chaque côté de la lettre représentant le sommet de l'angle. On ajoute un chapeau pour signifier que c'est un angle *et non un triangle*.

On peut aussi prendre la lettre en minuscule qui représente la demi-droite.

Dans le cas où il n'y a pas plusieurs angles, on peut juste noter le sommet : $\widehat{A}$, $\widehat{G}$ ou $\widehat{D}$.



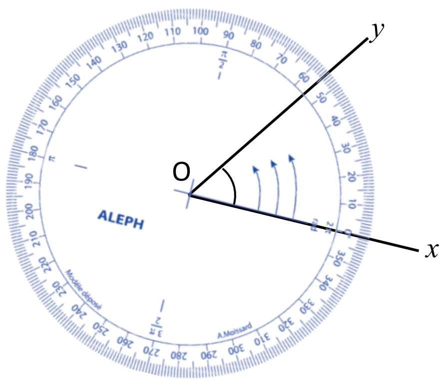
Définitions



Angle nul *Angle aigu* *Angle droit* *Angle obtus* *Angle plat*

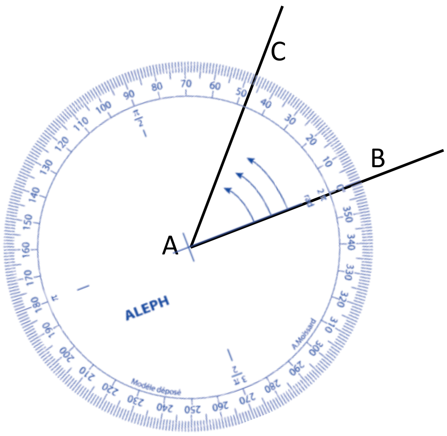
Comment mesurer un angle ?

1. On positionne le centre du rapporteur (*la croix*) sur le sommet de l'angle (*ici le point O*).
2. On tourne le rapporteur de telle sorte que le 0 de la graduation du rapporteur passe sur une des demi-droites formant l'angle, *en veillant à ce que l'angle soit bien du côté des 3 flèches du rapporteur*.
3. On lit sur quelle graduation du rapporteur passe la seconde demi-droite (*ici 55*).
4. On obtient $\widehat{xOy} = 55°$



Comment construire un angle de mesure donnée ?

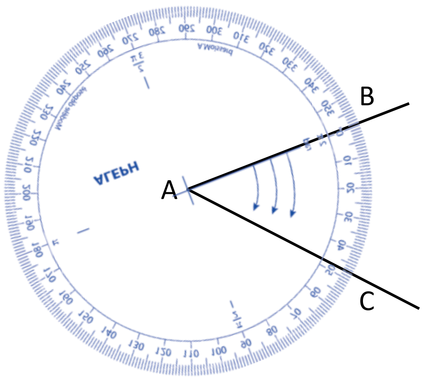
Par exemple, construire l'angle $\widehat{BAC} = 48°$



1. *Le somment de l'angle est A* ; construire la demi-droite [AB]

2. Placer le centre du rapporteur sur A et le 0 de la graduation sur la demi-droite [AB]. *On peut placer le rapporteur à l'endroit ou à l'envers selon le « côté » où on veut construire l'angle.*

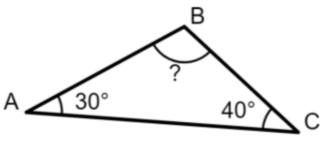
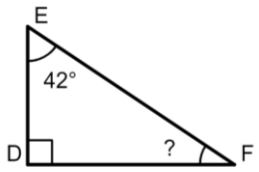
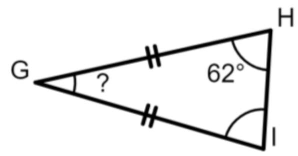
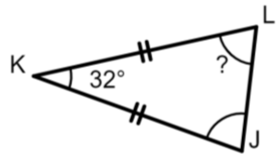
3. Placer le petit C sur la graduation 48 puis tracer la demi-droite [AC]



Propriété admise

Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.

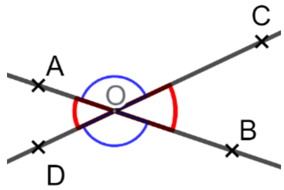
Exemples d'exercices résolus

			
Dans ABC, on a : $\widehat{B} = 180 - (\widehat{A} + \widehat{C})$ $\widehat{B} = 180 - (30 + 40)$ $\widehat{B} = \mathbf{110}°$	Dans DEF, on a : $\widehat{F} = 180 - (\widehat{D} + \widehat{E})$ $\widehat{F} = 180 - (90 + 42)$ $\widehat{F} = \mathbf{48}°$	Comme GHI est isocèle en G, alors $\widehat{H} = \widehat{I} = 62°$ Dans GHI, on a : $\widehat{G} = 180 - (\widehat{H} + \widehat{I})$ $\widehat{F} = 180 - (62 + 62)$ $\widehat{F} = \mathbf{56}°$	Comme JKL est isocèle en K, alors $\widehat{J} = \widehat{L}$ Dans JKL, on a : $\widehat{J} + \widehat{K} + \widehat{L} = 180$ $\widehat{J} + 32 + \widehat{J} = 180$ -32 -32 $2\widehat{J} = 148$ ÷ 2 ÷ 2 $\widehat{J} = \mathbf{74}°$

Définition

Soient (AB) et (CD) deux droites sécantes en O.

Les angles $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOC}$ sont dits *opposés par le sommet*.



Propriété admise

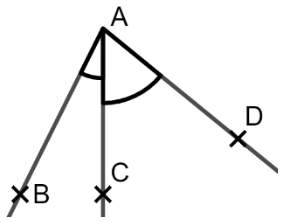
Des angles opposés par le sommet sont égaux.

Exemple

$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ et $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$

Définition

Deux angles ayant une demi-droite en commun sont dit *adjacents*.

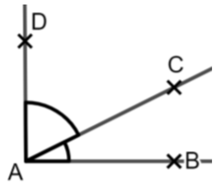


Exemple

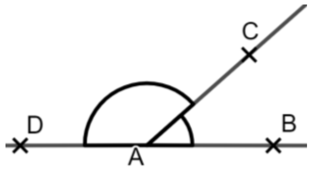
$\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents et $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$

Définitions

Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 90° sont dits *complémentaires*

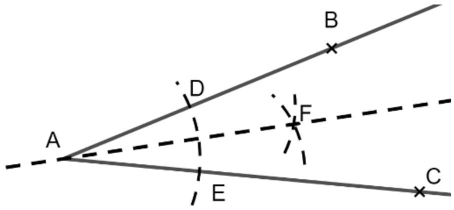


Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 180° sont dits *supplémentaires*



Définition

La *bissectrice* d'un angle est une droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.



Construction de la bissectrice de $\widehat{BAC}$

Trace un cercle de centre A ; il coupe [AB] et [AC] en D et E.

Trace 2 cercles de centre D et E de même rayon ; ils se coupent en F.

La bissectrice est la droite (AF).

PROPORTONNALITÉ

CM2 : Identifier une situation de proportionnalité - Résoudre un problème de proportionnalité
6ème : Reconnaître une proportionnalité - Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité - Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques - S'initier à la résolution de problèmes d'échelles

Définition

Deux séries de valeurs sont dites *proportionnelles* si elles évoluent à la même vitesse.

Exemples

de grandeurs proportionnelles	de grandeurs non proportionnelles
• La quantité achetée et le prix payé • En cuisine, les ingrédients et le nombre de convives	• L'âge et la taille • L'âge et le poids • Le nombre d'enfant dans une famille et l'âge de la maman

Remarque

Les données des séries sont très souvent représentées sous la forme d'un tableau.

Poids de fraises (en kg)	2	5	3	1
Prix en €	8	20	12	4

Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

Méthode 1 *On multiplie une colonne* → × 3

Poids de pommes (en kg)	2	6
Prix en €	5	?

On remarque que 6 = 2 × 3 donc on a ? = 5 × 3 = **15**

Méthode 2 *On multiplie une ligne*

Poids d'asperges (en kg)	3	5
Prix en €	21	?

↓ × 7 On remarque que 21 = 7 × 3 donc on a ? = 7 × 5 = **35**

Méthode 3 *On passe par l'unité* → ÷ 3 → × 5

Poids de poires (en kg)	3	1	5
Prix en €	12	?	??

On remarque que 3 ÷ 3 = 1 donc on a ? = 12 ÷ 3 = 4
On remarque que 5 = 1 × 5 donc on a ?? = 4 × 5 = **20**

Méthode 4 *On additionne 2 colonnes* —+ →

Poids d'oranges (en kg)	2	3	5
Prix en €	3,4	5,1	?

On remarque que 2 + 3 = 5 donc on a ? = 3,4 + 5,1 = **8,5**

Comment déterminer si c'est un tableau de proportionnalité ?
On divise les nombres de la ligne du bas par ceux de la ligne du haut.
Si on trouve tout le temps le même résultat, c'est une situation de proportionnalité.
Si un résultat est différent, on peut s'arrêter et ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Exemples

Poids en kg	2	3	4
Prix en €	5	7,5	10

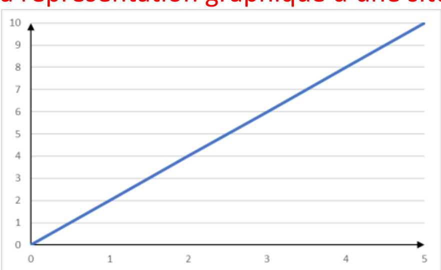
$\frac{5}{2} = 2{,}5$ et $\frac{7{,}5}{3} = 2{,}5$ et $\frac{10}{4} = 2{,}5$ donc **c'est une situation de proportionnalité**

Poids en kg	5	3	4	6
Prix en €	35	21	27	42

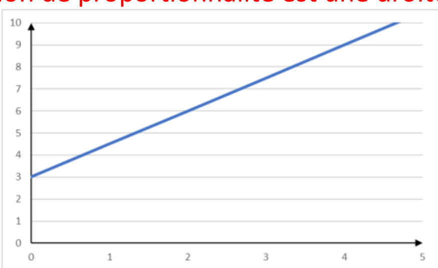
$\frac{35}{5} = 7$ et $\frac{21}{3} = 7$ et $\frac{27}{4} = 6{,}75$ donc **ce n'est pas une situation de proportionnalité**

Propriété admise

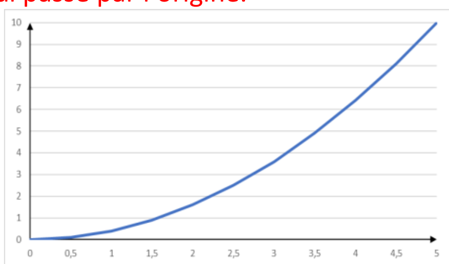
La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite qui passe par l'origine.



Proportionnel car :
- droite
- qui passe par 0



Non proportionnel car :
- ne passe pas par 0

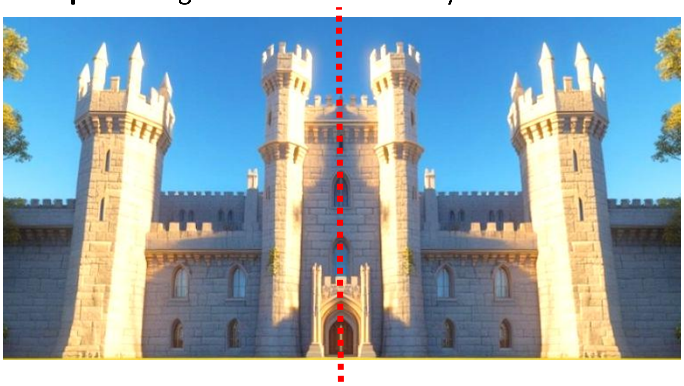


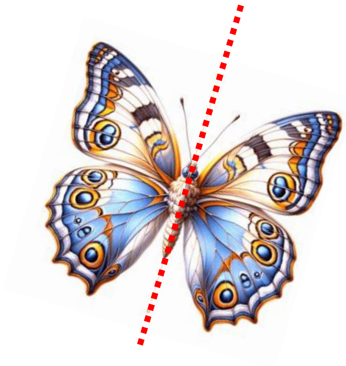
Non proportionnel car :
- pas une droite

SYMÉTRIE AXIALE

CM2 : Construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite verticale, horizontale ou une diagonale du quadrillage
6ème : Définition - Propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions - Axes

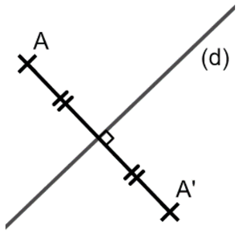
Exemples de figures avec un axe de symétrie





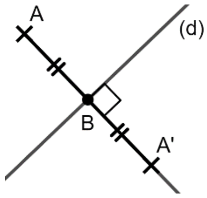
Définition

Soit A un point et (d) une droite.
On dit que le point A' est le *symétrique* du point A par rapport à la droite (d) si (d) est la médiatrice de [AA'].
On dit alors que A et A' sont *symétriques par rapport* à (d).
On parle de *symétrie axiale*.
On dit que (d) est *l'axe de symétrie*.

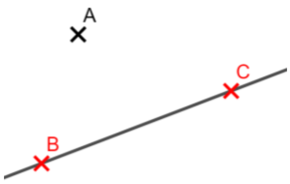


Comment construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d) ?

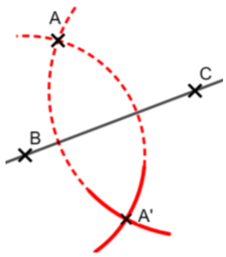
Méthode 1 : avec l'équerre et la règle graduée
Tracer la droite perpendiculaire à (d) qui passe par A ; elle coupe (d) en B.
Sur [AB] placer le point A' tel que AA' = 2 × AB.
A' est le symétrique de A par rapport à (d).
Méthode rapide mais peu précise.



Méthode 2 : avec le compas



On place deux points B et C, n'importe où sur la droite d.



On trace le cercle de centre B qui passe par A et le cercle de centre C qui passe par A.
Ces deux cercles se coupent en A', symétrique de A par rapport à d.

Remarque

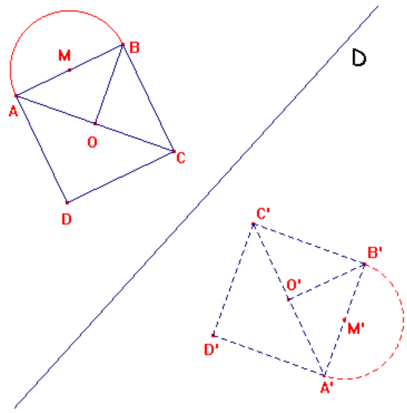
Dans les exercices, il est inutile de nommer les points intermédiaires (ici B et C), mais il faut **TOUJOURS** laisser les traits de construction.

Propriété admise

La symétrie axiale conserve les angles, les distances, les formes, les aires, les surfaces …

Par exemple :

- le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon,
- le symétrique d'un carré est un carré,
- le symétrique d'un triangle rectangle est un triangle rectangle.



Remarque

Pour tracer le symétrique d'une figure, il suffit de tracer les symétriques de quelques points et de la compléter avec la propriété ci-dessus.
En théorie, il suffit de tracer les symétriques de 2 points, mais il vaut mieux tracer le symétrique de plus de points (les points caractéristiques des figures : les sommets des polygones, les centres des cercles …).

FRACTIONS

CM2 : Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions - Écrire une fraction comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 - Écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction - Encadrer une fraction entre 2entiers consécutifs - Placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée - Repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction - Comparer - Additionner et soustraire - Produit d'un entier et d'une fraction - Fraction d'une quantité ou d'une grandeur

6ème : % - Fraction = nombre entier ou décimal non entier ou non décimal = division - Egalités à trous multiplicatives – Placer sur une demi-droite graduée - Graduer un segment – Comparer, encadrer, ordonner - Additions, soustractions – Multiplier par un entier – Inventer/résoudre des problèmes

Propriété – admise

Deux fractions sont dites égales si pour passer de l'une à l'autre, on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples

$$\frac{12}{18} \underset{\to \div 3}{\overset{\to \div 3}{=}} \frac{4}{6} \underset{\to \div 2}{\overset{\to \div 2}{=}} \frac{2}{3} \underset{\to \times 9}{\overset{\to \times 9}{=}} \frac{18}{27}$$

Propriété admise

Prendre une quantité d'une fraction c'est multiplier le nombre par la fraction.

Le mot « de » en français se traduit par « $\times$ » en mathématiques.

Exemples

Prendre $\frac{3}{4}$ de 126 € c'est prendre $\frac{3}{4} \times 126$ €.

Rouler $\frac{2}{5}$ de 800 km c'est rouler $\frac{2}{5} \times 800$ km.

Comment multiplier un nombre par une fraction ?

Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3
$\frac{a}{b} \times c = (a \div b) \times c$	$\frac{a}{b} \times c = (a \times c) \div b$	$\frac{a}{b} \times c = a \times (c \div b)$
$\frac{12}{6} \times 7 = (12 \div 6) \times 7 = 2 \times 7 = 14$	$\frac{2}{3} \times 9 = (2 \times 9) \div 3 = 18 \div 3 = 6$	$\frac{5}{7} \times 21 = 5 \times (21 \div 7) = 5 \times 3 = 15$

Notation

La fraction $\frac{p}{100}$ est notée *p* %

La fraction $\frac{15}{100}$ est notée 15 %

Exemple de problème

Sébastien achète un pull. Le prix affiché est de 65€, mais il bénéficie d'une remise de 15%. Combien va-t-il payer ?

Calculons le montant de la remise

15 % de 65 € = $\frac{15}{100}$ de 65

$= \frac{15}{100} \times 65 = (15 \times 65) \div 100 = 975 \div 100 = 9{,}75$

La remise est de 9,75 €.

Je calcule le prix réduit.

65 – 9,75 = 55,25

Le prix réduit est de 55,25 €.

Comment placer une fraction sur une droite graduée ?

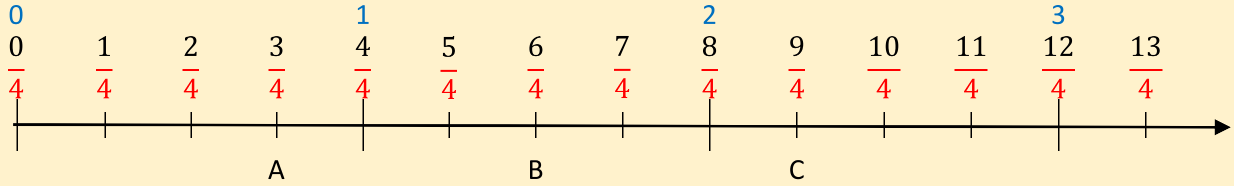
Pour placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, il faut partager les unités en *b* parts égales.

Ensuite, on numérote toutes les parts et on place la fraction sur la $a^{\text{ième}}$.

Exemple

Placer les points A, B et C d'affixes $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{4}$, et $\frac{9}{4}$.

On trace une droite graduée.
Les fractions ont toutes 4 comme dénominateur.
On partage chaque unité en 4 parts égales.
On place les points sur l'axe gradué.



Astuces

Pour partager les unités en plusieurs parties (par exemple en 3 parties, pour obtenir des tiers), on peut :

- mesurer la longueur d'une unité puis diviser la longueur obtenue par le nombre de parts voulues (par exemple on divise par 3).
- prendre pour la longueur d'une unité autant de carreaux que de parts à réaliser (par exemple, on prendra 3 carreaux pour une unité si l'on veut des tiers).

Propriétés admises

Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.
Si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur alors la fraction est égale à 1.
Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.

Exemples

5 < 7 donc $\mathbf{\frac{5}{7} < 1}$ 8 = 8 donc $\mathbf{\frac{8}{8} = 1}$ 9 > 7 donc $\mathbf{\frac{9}{7} > 1}$

Comment comparer des fractions ?

On les partage en fractions inférieures à 1, égales à 1 et supérieures à 1.
Ensuite, il faut les mettre au même dénominateur en utilisant la première propriété de de chapitre. Les fractions sont alors classées dans le même ordre que leur numérateur.

Exemple

Ordonner les fractions $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{6}{6}$ et $\frac{9}{4}$.

$\frac{3}{4} < 1$; $\frac{1}{4} < 1$; $\frac{7}{5} > 1$; $\frac{6}{6} = 1$ et $\frac{9}{4} > 1$

3 > 1 donc $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$

$\frac{7\times4}{5\times4} = \frac{28}{20}$ et $\frac{9\times5}{4\times5} = \frac{45}{20}$; 28 < 45 donc $\frac{7}{5} < \frac{9}{4}$

donc $\mathbf{\frac{1}{4} < \frac{3}{4} < \frac{6}{6} < \frac{7}{5} < \frac{9}{4}}$

Comment additionner des fractions ?

On les met au même dénominateur puis on additionne les numérateurs.

Exemples

$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \mathbf{\frac{5}{4}}$

$\frac{7}{4} + \frac{3}{20} = \frac{7\times5}{4\times5} + \frac{3}{20} = \frac{35}{20} + \frac{3}{20} = \mathbf{\frac{38}{20}}$

20 est dans la table de 5 donc on met tout sur 20

$\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{7\times5}{4\times5} + \frac{3\times4}{5\times4} = \frac{35}{20} + \frac{12}{20} = \mathbf{\frac{37}{20}}$

20 est le plus petit nombre dans les tables de 4 et 5

Remarques

Une fraction peut être :

un nombre entier	un nombre décimal	un nombre non décimal
$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{7}{4} = 1{,}75$	$\frac{24}{7} \approx 3{,}428571\,428571$

$$départ \times \frac{arrivée}{départ} = arrivée \qquad 5 \times \frac{3}{5} = 3 \qquad 11 \times \frac{235}{11} = 235$$

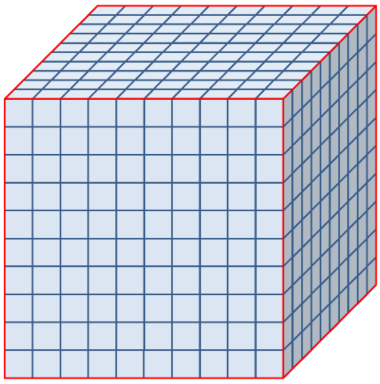
PROBABILITÉS

CM2 : Issues, équiprobabilité, a chance sur b, probabilités, tableau/arbre
6ème : La probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 - Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité - Expérience répétée et probabilité calculée

Définition
Les résultats d'une expérience s'appellent les *issues*.
Si les issues ont la même chance d'arriver, on parle d'*équiprobabilité*.

Exemples
Si je lance une pièce, j'ai 1 chance sur 2 d'avoir « pile » et aussi 1 chance sur 2 d'avoir « face »
On dit alors que la *probabilité* d'obtenir « pile » est $\frac{1}{2}$ et la probabilité d'obtenir « pile » est $\frac{1}{2}$

VOLUMES



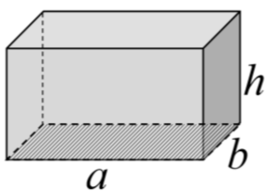
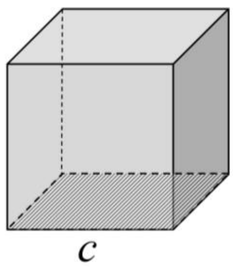
6ème : cm³ ; conversions – Comparer des volumes – Calculer cubes et pavés - Problèmes portant sur des assemblages de cubes

Pour calculer un volume, il faut se fixer une unité de volume.
On prend 1 cube de côté 1 m ; on dit que son volume est 1 *mètre cube*, noté 1 m³
On prend 1 cube de côté 1 dm ; on dit que son volume est 1 *décimètre cube*, noté 1 dm³
On prend 1 cube de côté 1 cm ; on dit que son volume est 1 *centimètre cube*, noté 1 cm³

Il faut 1 000 cubes de 1 cm³ pour remplir un cube de 1 m³ ; c'est pourquoi il y a 3 colonnes dans le tableau de conversion.

		km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³
												hL	daL	L	dL	cL	mL			
											1	0	0	0						
													1	5,	3	4				
														2,	4	5	4			

Formulaire

Parallélépipède rectangle Pavé droit	Cube
	
V = $a \times b \times h$	V = $c \times c \times c$

GESTION DE DONNÉES : fil rouge

CM2 : Tableaux, diagramme en barres ou ensemble de points, diagramme circulaire ou courbe - Résoudre des problèmes en une ou deux étapes
6ème : Planifier une enquête et recueillir des données - Réaliser des mesures et les consigner dans un tableau - Construire un tableau simple pour présenter des données (observations, caractères) - Faire un choix en filtrant les données d'un tableau selon un critère

Activités tout au long de l'année