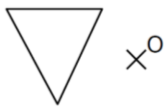
Agrandissement / réduction

Parcours vert

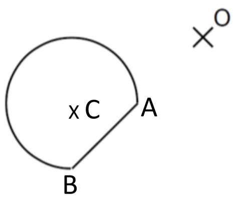
a[2]. Dans chaque cas, construis l'image de la figure proposée par l'homothétie de centre O et de rapport indiqué.

Rapport 2

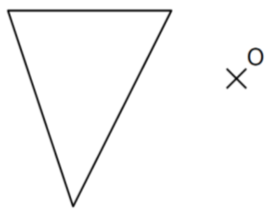


Rapport -2

Rapport 1,5

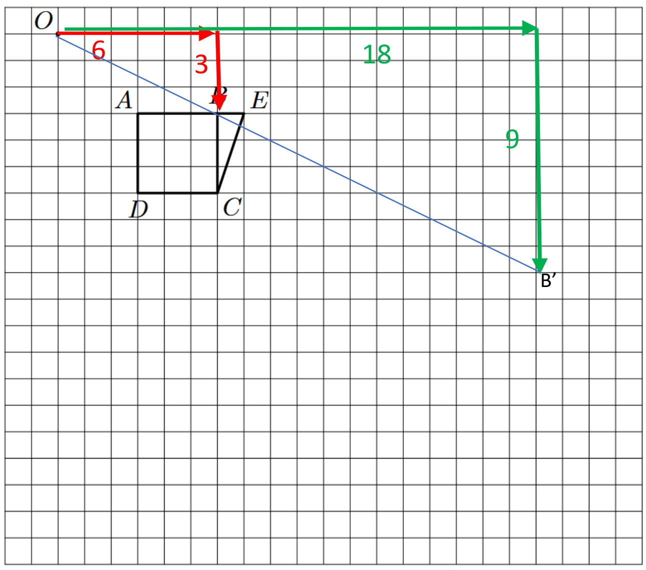


Rapport $-\frac{1}{3}$

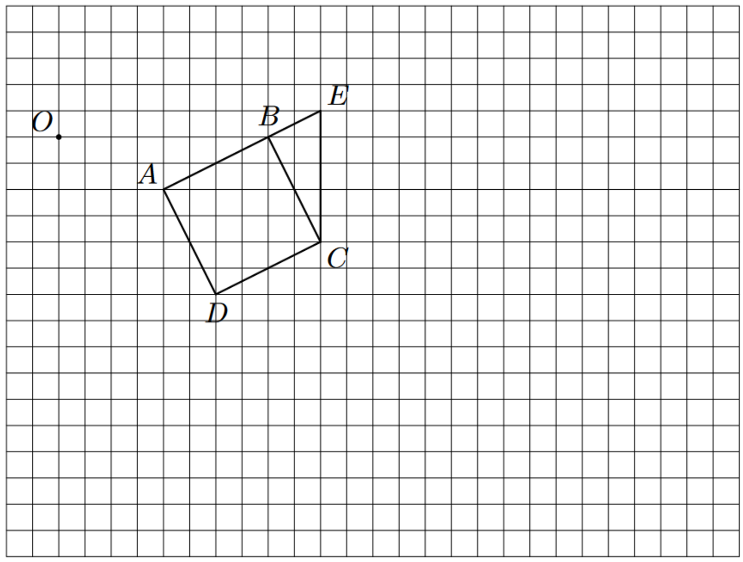


Ci-dessous, on considère le point O et le polygone AECD formé du carré ABCD et du triangle BEC rectangle en B.

b[3]. Trace l'image A'E'C'D' du polygone AECD par l'homothétie de centre O et de rapport 3.



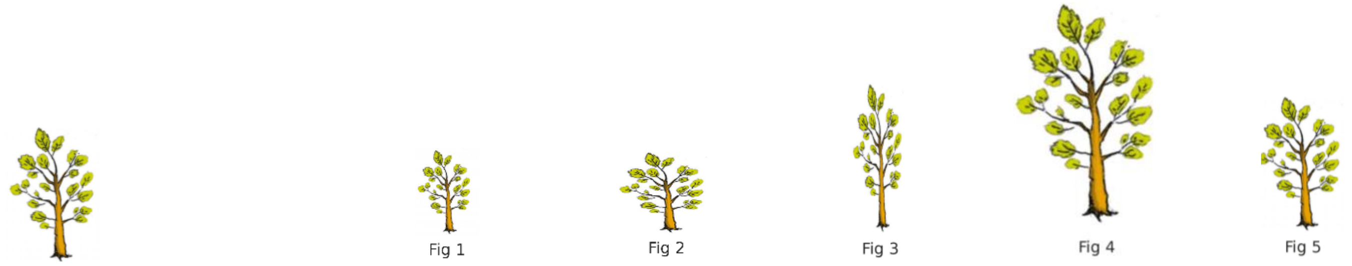
Trace l'image A'E'C'D' du polygone AECD par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.



1 : Sesamath, cycle 4 ; **2** : Cahier Sesamath 3, 2017 ; **3** : https://chingatome.fr/ ; **4** : https://laprovidence-maths-4eme.jimdofree.com/ ; **5** : http://www.maths974.fr/ ; **6** : https://download.tuxfamily.org/ ; **7** : DNB

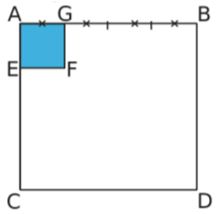
Parcours bleu

a$_1$. Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?

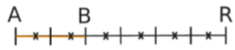


b$_1$. Pour chacune des situations ci-dessous, détermine les rapports des homothéties.

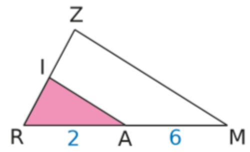
AGFE est l'image de ABDC



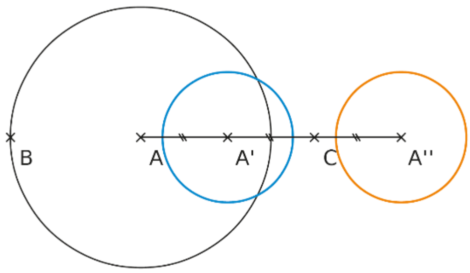
A est l'image de R par l'homothétie de centre B.



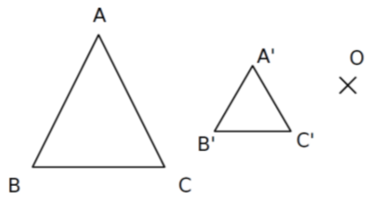
RZM est l'image de RIA

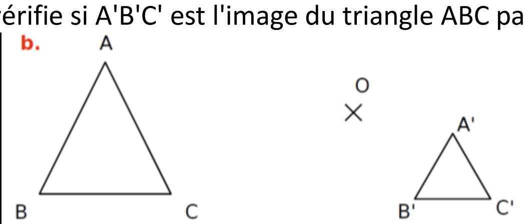


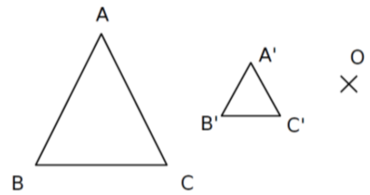
c$_1$. Les cercles de couleurs sont les images du cercle de centre A passant par B par deux homothéties de centre C.
Pour chacune des homothéties, détermine le rapport.
Où se situent les images du point B par ces deux homothéties ?



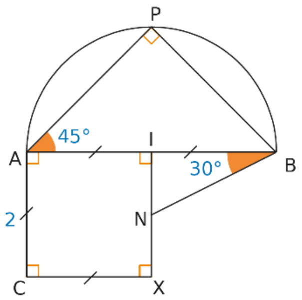
d$_2$. Dans chacun des cas suivants, vérifie si A'B'C' est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O.





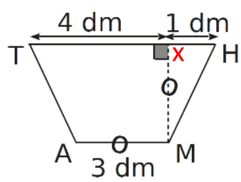


Parcours rouge

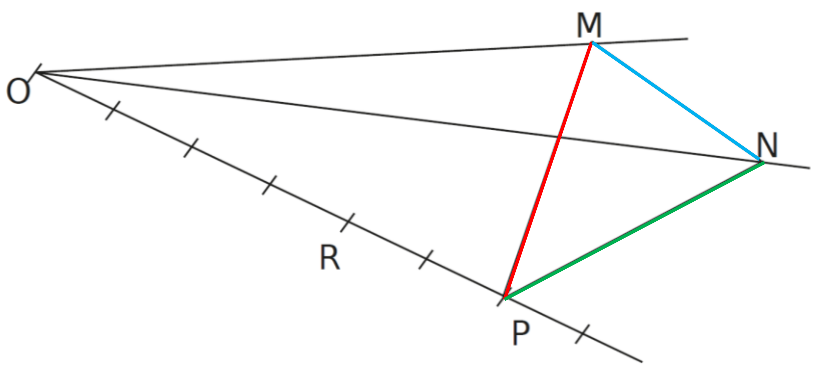


a$_1$. Construis un agrandissement de rapport $\frac{11}{5}$ de la figure ci-dessous. L'unité de longueur est le centimètre.

b$_2$. MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM].
Construis-en une réduction de rapport $\frac{1}{10}$.

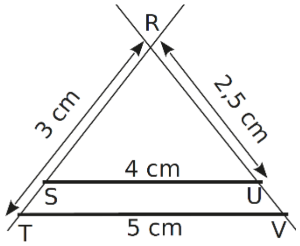


c$_2$. Construis le triangle RST où S ∈ [OM] et T ∈ [ON) réduction du triangle MNP sans mesurer.

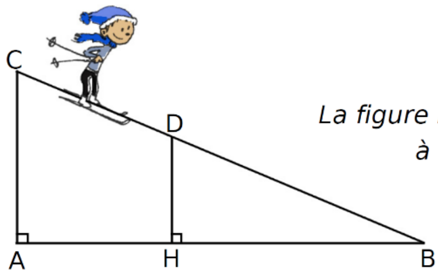


Théorème de Thalès

Parcours vert

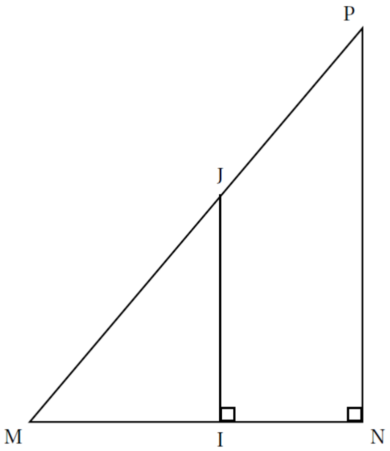


a$_2$. Sur la figure ci-dessous, les points R, S, T d'une part et les points R, U, V d'autre part sont alignés.
Les droites en gras sont parallèles.
Calcule RS et RV.



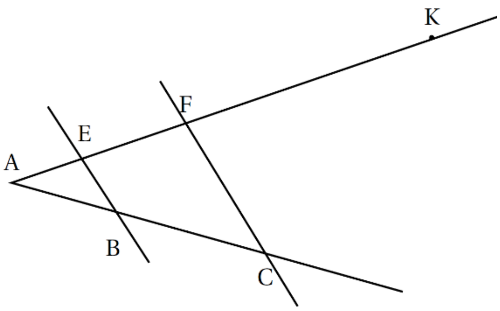
La figure n'est pas à l'échelle.

b$_1$. Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m. À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m. Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.
Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.



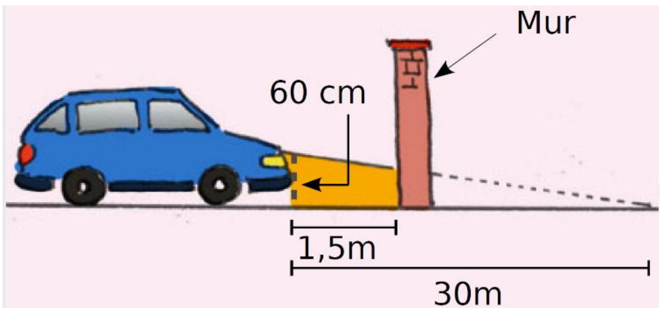
c$_7$. MNP est un triangle rectangle enNtel que MP = 25.
I est le point du segment [MN] tel que : MI = 8 et IN = 7 ;
La perpendiculaire au côté [MN] passant par I coupe le côté [MP] en J.
Justifier que les droites (IJ) et (NP) sont parallèles.
Calculer MJ.

d$_7$. Les droites (BE) et (FC) sont parallèles.
AB = 6 cm, AC = 15 cmet AF = 12 cm.
Calculer la longueur AE.
Sachant que AK = 30 cm, démontrer que les droites (BF) et (CK) sont parallèles.
Sachant que FC = 9 cm, démontrer que le triangle AFC est rectangle en F.

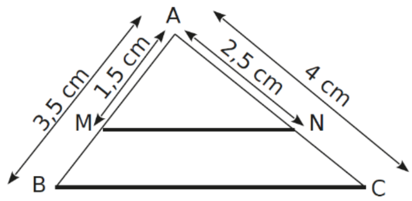


Parcours bleu

a$_1$. D'après le code de la route (Article R313 - 3) : *Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30m.*
Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.
Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.
À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

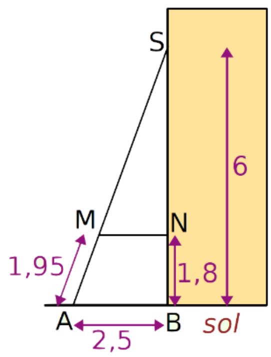


Parcours rouge

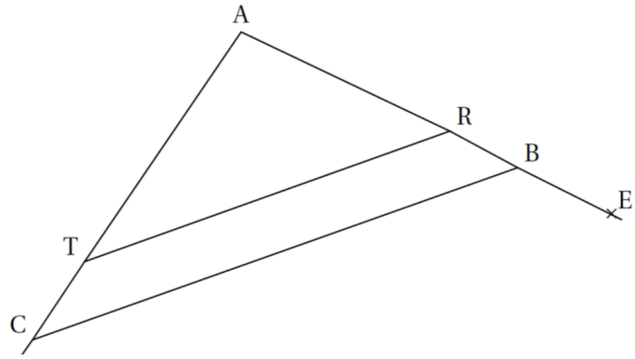


a$_2$. On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.
Montre que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

b$_7$. Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois. (*Sur le schéma ci-contre, les mesures sont en mètres.*)
En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calcule la longueur AS.
Calculer les longueurs SM et SN.
Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



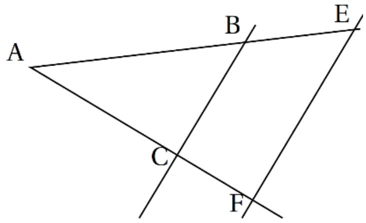
Parcours noir

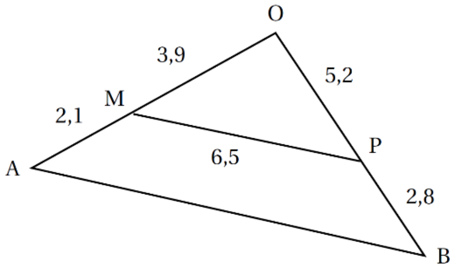


a7. ABC est un triangle tel AB = 6 cm, AC = 7,2 cm et BC = 10 cm. Les points R et E appartiennent à la droite (AB), le point T appartient à la droite (AC). Les droites (BC) et (RT) sont parallèles. On donne AR = 4,5 cm et BE = 2 cm.

Calculer AT, TR et AE.
Les droites (BT) et (EC) sont-elles parallèles ?

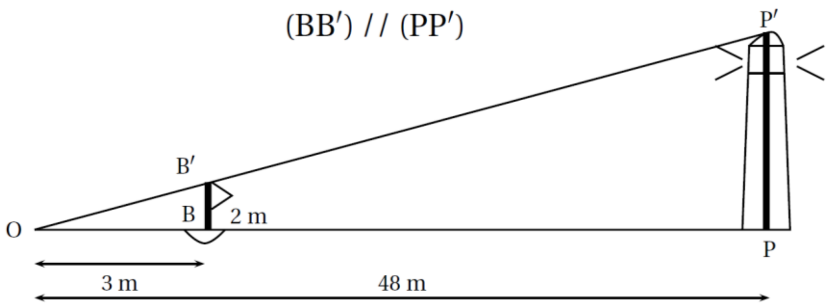
b7. ABC est un triangle tel que : AB = 8 cm, AC = 6,4cm et BC = 4,9 cm.
Le point E appartient à la demi-droite [AB) et AE = 12 cm.
Le point F appartient à la demi-droite [AC) et AF = 9,6 cm.
Le triangle ABC est-il un triangle rectangle ? *Justifier la réponse*.
Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? *Justifier la réponse.*





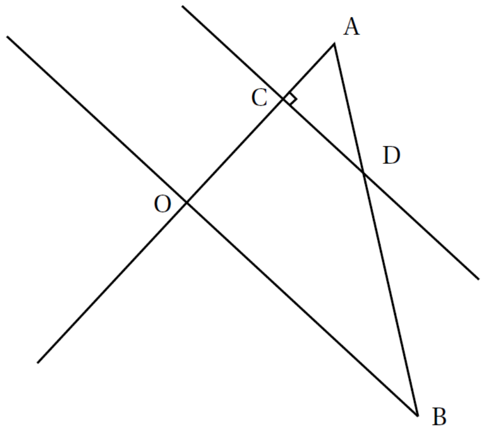
c7. On considère la figure ci-contre (*les unités ne sont pas respectées*).
Montrer que les droites (MP) et (AB) sont parallèles.
Calculer la longueur AB.
Montrer que le triangle OAB est rectangle en O.

d7. Un touriste veut connaître la hauteur du phare de la pointe Vénus situé dans la commune de Mahina. Pour cela, il met à l'eau une bouée B, munie d'un drapeau d'une hauteur BB' de 2m. Puis, il s'en éloigne jusqu'à ce que la hauteur du drapeau semble être la même que celle du phare. Le touriste se trouve alors au point O. La figure ci-contre représente la situation à cet instant.
Calculer la hauteur PP' du phare.



Hors-piste

a7. On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vraie grandeur.
L'unité de longueur est le centimètre.
Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires.
On donne : OA = 9, OB = 12, AB = 15, AC = 3.
Démontrer que le triangle AOB est rectangle et en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.
Démontrer en justifiant le raisonnement que CD = 4.
Un élève affirme que l'aire du triangle AOB est égale à trois fois l'aire du triangle ACD. Que pensez-vous de cette affirmation ? *Justifiez votre réponse*.



Parcours vert

a. Comme R, S, T et R, U, V sont alignés et comme (SU)//(TV) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{RU}{RV}=\frac{RS}{RT}=\frac{SU}{TV}$
$\frac{2,5}{RV}=\frac{RS}{3}=\frac{4}{5}$
$RV=\frac{5\times 2,5}{4}=\mathbf{3,125\ cm}$ et $RS=\frac{3\times 4}{5}=\mathbf{2,4\ cm}$

b. Comme (AC)⊥(AB) et (DH)⊥(AB) alors (AC)//(DH).
Comme B, D, C et B, H, A sont alignés et comme (AC)//(DH) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{BD}{BC}=\frac{BH}{BA}=\frac{DH}{AC}$
$\frac{BD}{1200}=\frac{BH}{BA}=\frac{150}{200}$
$BD=\frac{1200\times 150}{200}=900\ m$
Il lui reste **900 m** à parcourir.

c. Comme (NP)⊥(MN) et (IJ)⊥(MN) alors (NP)//(IJ).
Comme M, J, P et M, I, N sont alignés et comme (AC)//(DH) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{MJ}{MP}=\frac{MI}{MN}=\frac{IJ}{NP}$
$\frac{MJ}{25}=\frac{8}{8+7}=\frac{IJ}{NP}$
$MJ=\frac{25\times 8}{15}=\mathbf{\frac{40}{3}}\approx\mathbf{13,3}$

d. Comme A, E, F et A, B, C sont alignés et comme (BE)//(CF) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CF}$
$\frac{AE}{12}=\frac{6}{15}=\frac{BE}{CF}$
$AE=\frac{6\times 12}{15}=\mathbf{4,8\ cm}$

$\frac{AK}{AF}=\frac{30}{12}=\frac{5}{2}$ | $\frac{AC}{AB}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

Donc $\frac{AK}{AF}=\frac{AC}{AB}$ et comme A, F, K et A, B, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(BF)//(CK)**.

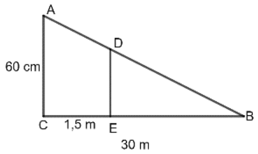
Si AFC était rectangle, l'hypoténuse serait [AC] car c'est le plus grand côté.

AC²	AF² + AC²
= 15²	= 12² + 9²
= 225	= 144 + 81
	= 225

Donc AC² = AF² + AC², d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en F**.

Parcours bleu

a. On suppose que le mur [DE] et [AC] sont verticaux donc parallèles.
Comme B, D, A et B, E, C sont alignés et comme (AC)//(DE) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}=\frac{DE}{AC}$
$\frac{BD}{BA}=\frac{30-1,5}{30}=\frac{DE}{0,6}$
$DE=\frac{28,5\times 0,6}{30}=0,57\ m$
Il faut placer la marque à **57 cm** de haut.



Parcours rouge

a. $\frac{AM}{AB}=\frac{1,5}{3,5}=\frac{3}{7}$ $\frac{AN}{AC}=\frac{2,5}{4}=\frac{5}{8}$

Donc $\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}$ et comme A, M, B et A, N, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété contraposée de Thalès alors **(MN) et (BC) ne sont pas parallèles**.

b. Dans ABS rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore,
AS² = AB² + BS²
AS² = 2,5² + 6²
AS² = 6,25 + 36
AS² = 42,25
$AS=\sqrt{42,25}=\mathbf{6,5\ m}$

Comme M ∈ [AS] alors MS = AS – AM = 6,5 – 1,95 = **4,55 m**
Comme N ∈ [BS] alors NS = BS – BM = 6 – 1,8 = **4,2 m**

$\frac{SM}{SA}=\frac{4,55}{6,5}=0,7$ | $\frac{SN}{SB}=\frac{4,2}{6}=0,7$

Donc $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}$ et comme S, M, A et S, N, B sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors (MN)//(AB).
Donc la traverse est bien **parallèle** au sol.

Parcours noir

a. Comme A, R, B et A, T, C sont alignés et comme (BC)//(RT) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{AR}{AB}=\frac{AT}{AC}=\frac{RT}{BC}$
$\frac{4,5}{6}=\frac{AT}{7,2}=\frac{RT}{10}$
$AT=\frac{4,5\times 7,2}{6}=\mathbf{5,4\ cm}$ et $RT=\frac{4,5\times 10}{6}=\mathbf{7,5\ cm}$
Comme B ∈ [AE] alors AE = AB + BE = 6 + 2 = **8 cm**

$\frac{AE}{AB}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ | $\frac{AC}{AT}=\frac{6}{5,4}=\frac{10}{9}$

Donc $\frac{AE}{AB}\neq\frac{AC}{AT}$ et comme A, B, E et A, T, C sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété contraposée de Thalès alors **(BT) et (EC) ne sont pas parallèles**.

b. Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [AB] car c'est le plus grand côté.

AB²	AC² + BC²
= 8²	= 6,4² + 4,9²
= 64	= 40,96 + 24,01
	= 64,97

Donc AB² ≠ AC² + BC², d'après la contraposée de Pythagore, alors **ABC n'est pas rectangle**

$\frac{AE}{AB}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ | $\frac{AF}{AC}=\frac{9,6}{6,4}=\frac{3}{2}$

Donc $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ et comme A, B, E et A, C, F sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(BC) // (EF)**.

c. $\frac{OM}{OA}=\frac{3,9}{3,9+2,1}=\frac{13}{20}$ $\frac{OP}{OB}=\frac{5,2}{5,2+2,8}=\frac{13}{20}$

Donc $\frac{OM}{OA}=\frac{OP}{OB}$ et comme O, P, B et O, M, AF sont alignés dans cet ordre, d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(MP) // (AB)**.

Comme O, P, B et O, M, A sont alignés et comme (MP)//(AB) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{OP}{OB}=\frac{OM}{OA}=\frac{MP}{AB}$
$\frac{5,2}{5,2+2,8}=\frac{3,9}{3,9+2,1}=\frac{6,5}{AB}$
$AB=\frac{6,5\times 6}{3,9}=\mathbf{10\ cm}$

Si OAB était rectangle, l'hypoténuse serait [AB] car c'est le plus grand côté.

AB²	OB² + OA²
= 10²	= (5,2+2,8)² + (3,9+6,1)²
= A00	= 64 + 36
	= 100

Donc AB² = OB² + OA², d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en O**.

d. On suppose que le drapeau et le phase sont verticaux, donc (BB') // (PP').
Comme O, B, P et O, B', P' sont alignés et comme (BB')//(PP') d'après le théorème de Thalès :
$\frac{OB}{OP}=\frac{OB'}{OP'}=\frac{BB'}{PP'}$
$\frac{3}{48}=\frac{OB'}{OP'}=\frac{2'}{PP'}$
$PP'=\frac{48\times 2}{3}=32\ m$
Le phare mesure **32 m** de haut.

Hors-piste

a. Si OAB était rectangle, l'hypoténuse serait [AB] car c'est le plus grand côté.

AB²	OB² + OA²
= 15²	= 12² + 9²
= 225	= 144 + 81
	= 1225

Donc AB² = OB² + OA², d'après la réciproque du théorème de Pythagore, alors **ACF est rectangle en O** donc (BO)⊥(AA) et comme (CD)⊥(AO) alors **(CD)//(BO)**.

Comme A, C, O et A, D, B sont alignés et comme (CD)//(BO) d'après le théorème de Thalès :
$\frac{AC}{AO}=\frac{AD}{AB}=\frac{CD}{BO}$
$\frac{3}{9}=\frac{AD}{AB}=\frac{CD}{12}$
$CD=\frac{3\times 12}{9}=\mathbf{4\ cm}$

$A_{ACD}=\frac{b\times h}{2}=\frac{AC\times CD}{2}=\frac{3\times 4}{2}=6\ cm^2$ $A_{ABO}=\frac{b\times h}{2}=\frac{AO\times BO}{2}=\frac{9\times 12}{2}=54\ cm^2$
$A_{ABO}=9\times A_{ACD}$ donc **l'affirmation est fausse**.