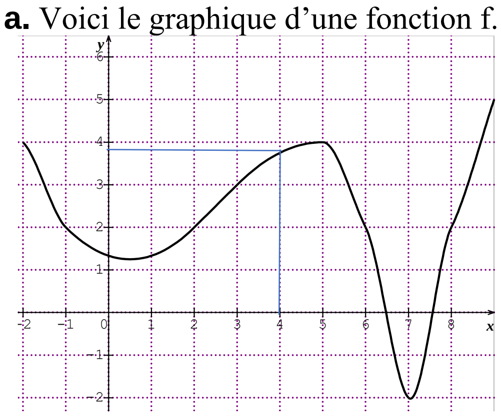
Fonctions (généralités)

Parcours vert

1. Savoir lire une image ou un antécédent sur un graphique.

a. Voici le graphique d'une fonction f.



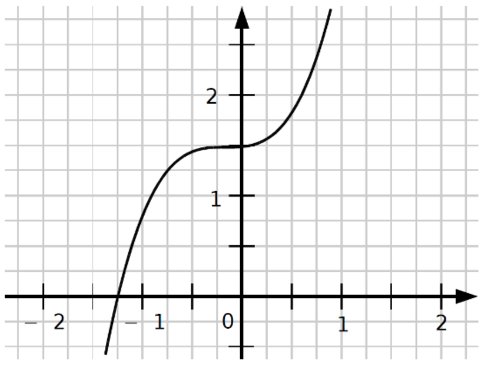
Sur le graphique ci-dessus, lire :

- les images de -2, -1, 2, 5 et 7
- les antécédents de -2, 2 et 6.

b. En lisant les informations sur le graphique ci-dessus, compléter les phrases :

- L'image de 5 est ……
- 5 est l'image de ……
- Les antécédents de 4 sont ……
- 4 est l'antécédent de ……
- f(-2) = …
- f(2) = …
- f(8) = …

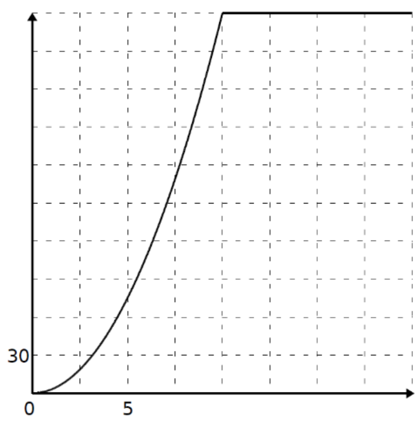
c. Ce graphique représente une fonction h.



Complète le tableau :

x	-1,25		-1	
h(x)		1,5		1,25

d. Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, d'un train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



On appelle t le temps écoulé depuis le départ en minutes et v sa vitesse en km/h.
Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
1. Combien vaut v(5) ? Donne une interprétation du résultat.
2. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ? Donne une interprétation du résultat.
3. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 100 km/h ? Traduis ta réponse en utilisant le vocabulaire des fonctions.
4. Complète le tableau de valeurs suivant :

t	0	1	2	5	10	15	20
v(t)							

Parcours bleu

1. Savoir calculer une image ou un antécédent.

a. Soit f la fonction définie par
f(x) = 3 x x^2 - 5 x x + 3.
Calcule les images de -4, -3, 0, 2 et 5.

b. Soit g la fonction définie par
g(x) = x (5x – 15) (2x – 10).
Calcule g(-4), g(-3), g(0), g(2) et g(5).

c. Soit h(x) = 3x + 5.
Calcule les images de -2, 4 et 7.
Calcule les antécédents de -2, 4 et 7.

d. Voici un tableau de valeur de la fonction i.

x	-2	0	-1	2	3	4	5
i(x)	3	1	3	2	-2	5	1,5

Complète :

- L'image de 2 est ……
- 2 est l'image de ……
- L'image de 3 est ……
- 3 est l'image de ……
- L'image de 5 est ……
- 5 est l'image de ……

Parcours rouge

1. Savoir construire un tableau de valeur.
2. Savoir tracer une fonction.

a. Soit f la fonction définie par
f(x) = 3x^2 - 5x + 3.
Construis le tableau de valeur de f :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)							

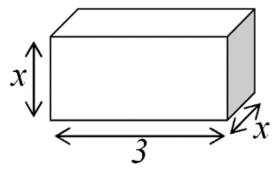
b. Soit g la fonction définie par
g(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 2.
Construis le tableau de valeur de g :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g(x)							

c. Soit h(x) = x^2 - 5x + 6.
On veut tracer la représentation graphique de h pour x variant dans l'intervalle [-2 ; 5].
Construis un tableau de valeur de h puis trace sa représentation graphique.

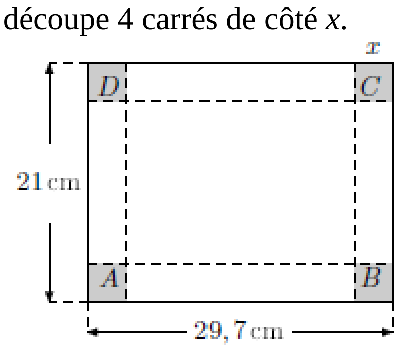
d. Soit i(x) = 2x - 6.
Trace la représentation graphique de la fonction i pour x variant dans l'intervalle [-3 ; 4].

e. On a une boite :

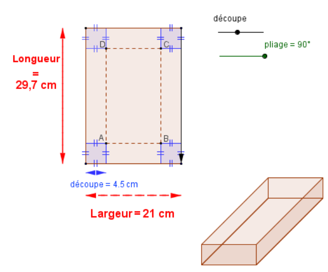


Calcule son volume que tu noteras v(x).
Trace la représentation graphique de la fonction v pour x variant dans l'intervalle [0 ; 7].

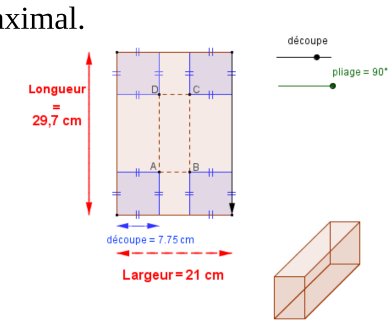
f. On part d'une feuille A4 de dimensions 21cm par 29,7 cm.
On souhaite réaliser le patron d'une boite (sans couvercle) dont le volume sera le plus grand possible. Pour cela, on découpe 4 carrés de côté x.



Calcule l'aire de la surface de base et déduis-en que le volume est :
(21 – 2x) × (29,7 – 2x) × x.

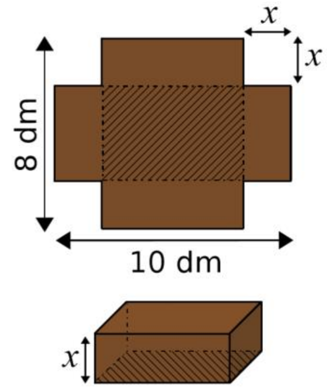


Trace la représentation graphique de la fonction V pour x variant dans l'intervalle [0 ; 10,5].
Déduis-en une valeur approchée de la valeur de x pour que le volume soit maximal.



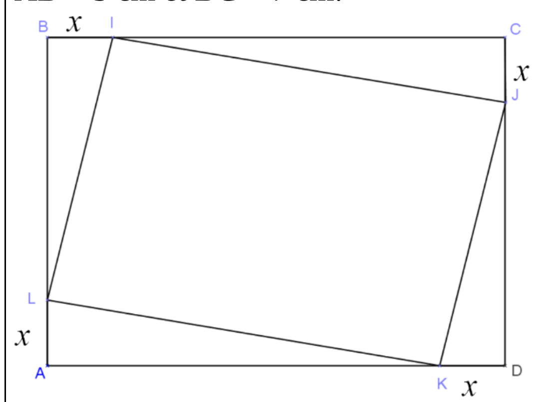
Parcours noir

a. Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).
On veut trouver la dimension des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximum.
On appelle x la longueur du côté des carrés en décimètre.



1. Quelle est la plus grande valeur possible de x ?
2. Exprime en fonction de x la surface du « fond » de la boîte (partie hachurée) puis déduis-en l'expression du volume V(x) de la boîte en fonction de x.
3. Trace la représentation graphique de la fonction V pour x variant dans l'intervalle [0 ; 4].
Déduis-en une valeur approchée de la valeur de x pour que le volume soit maximal.

b. Soit ABCD un rectangle tel que AB = 5 cm et BC = 7 cm.



On place des points I, J, K,L sur la figure tels que AL = BI = CJ = DK = x.
1. Calcule l'aire du parallélogramme IJKL. Tu l'appeleras A(x).
2. Trace la représentation graphique de la fonction A pour x variant dans l'intervalle [0 ; 5].
3. Pour quelle valeur de x ; l'aire du parallélogramme est-elle la plus petite ?

a.

Nombre	-2	-1	2	5	7
Image	**4**	**2**	**2**	**4**	**-2**

Nombre	-2	2	6
Antécédents	**7**	**-1 ; 2 ; 6 ; 8**	**Aucun**

b.
L'image de 5 est **4**
5 est l'image de **9**
Les antécédents de 4 sont **-2 ; 5 ; 8,5**
4 est l'antécédent d'**environ 3,8**
f(-2) = **4**
f(2) = **2**
f(8) = **2**

c.

x	-1,25	**0**	-1	**-0,75**
h(*x*)	**0**	1,5	**0,75**	1,25

d.
1. v(5) ≈ 70
   Après 5 minutes, la vitesse est d'environ 70 km/h.
2. L'antécédent de 168,75 est d'environ 7,5.
   La vitesse de 168,75 km/h est atteinte après environ 7,5 minutes.
3. Le train met environ 6 minutes pour atteindre 100 km/h.
   L'image de 6 est 100.
   6 est un antécédent de 100.
4.

t	0	1	2	5	10	15	20
v(t)	**0**	**5**	**15**	**70**	**300**	**300**	**300**

a.
f(-4) = **71**   f(-3) = **45**   f(0) = **3**   f(2) = **5**   f(5) = **53**

b.
g(-4) = **-2520** g(-3) = **-1440**   g(0) = **0**   g(2) = **60**   g(5) = **0**

c.

Nombre	-2	4	7
Image	**-1**	**17**	**26**

Nombre	-2	4	7
Antécédents	**-7/3**	**-1/3**	**2/3**

d.
L'image de 2 est **2**
2 est l'image de **2**
L'image de 3 est **-2**
3 est l'image de **-2 ; -1**
L'image de 5 est **1,5**
5 est l'image de **4**

a.

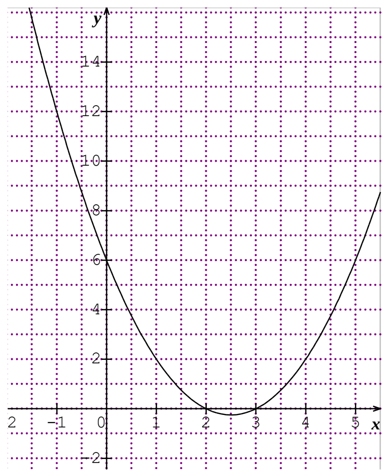
x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(*x*)	**25**	**11**	**3**	**1**	**5**	**15**	**31**

b.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g(*x*)	**-2**	**11/8**	**7**	**149/8**	**40**	**599/8**	**127**

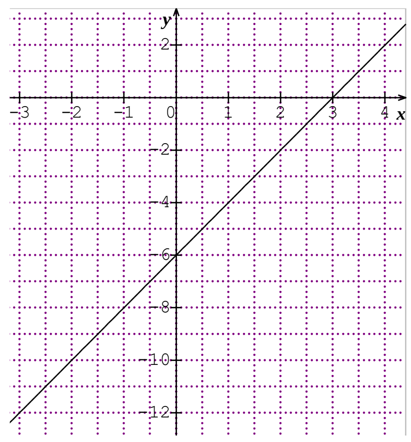
c.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
h(*x*)	**20**	**12**	**6**	**2**	**0**	**0**	**2**	**6**

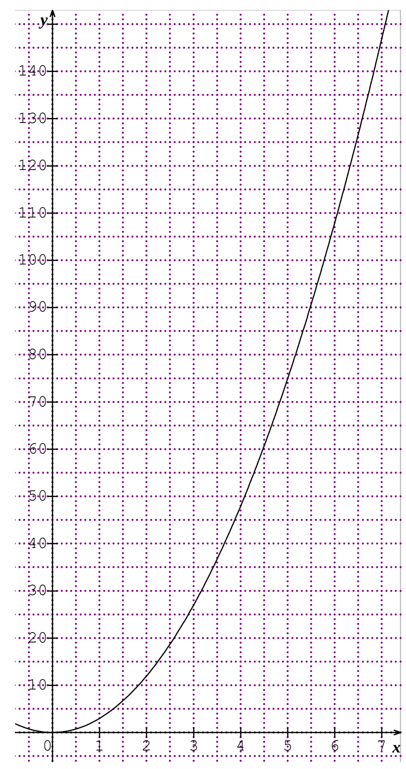


d.

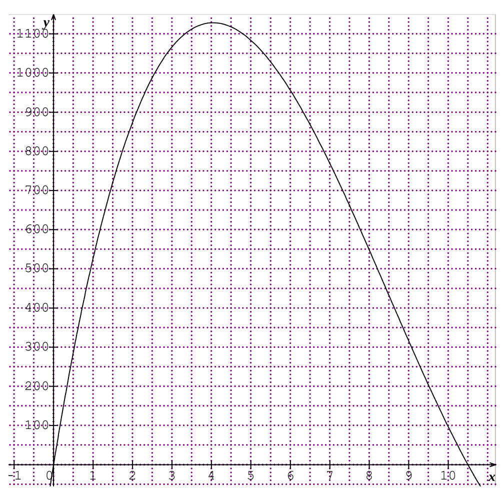
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
i(*x*)	**-12**	**-10**	**-8**	**-6**	**-4**	**-2**	**0**	**2**



e. V(*x*) = 3*x*²



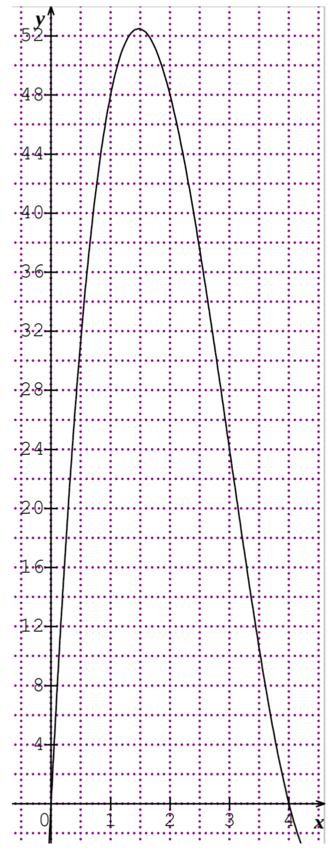
f.
A(*x*) = (21 – 2*x*) × (29,7 – 2*x*)
donc V(*x*) = (21 – 2*x*) × (29,7 – 2*x*) × *x*



Le volume est maximal (environ 1120 cm³ soit 1,12 L) lorsque *x* = 4.

a.
1. *x* est compris entre 0 et 4 dm.
2. A(*x*) = (8 – 2*x*) × (10 – 2*x*)
   V(*x*) = (8 – 2*x*) × (10 – 2*x*) × *x*
3.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
V(*x*)	**0**	**31,5**	**48**	**52,5**	**48**	**37,5**	**24**	**10,5**	**0**

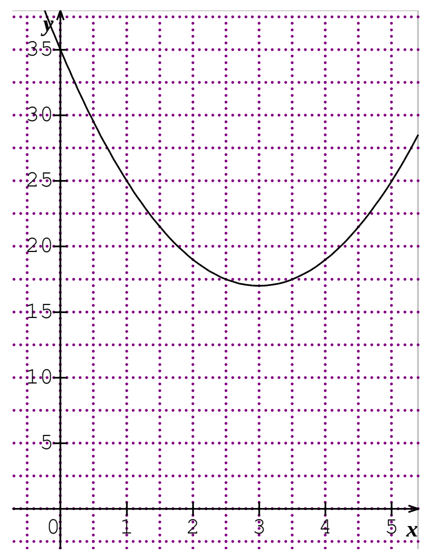


Le volume semble être maximal (52,5 cm³) lorsque x = 1,5.

b.
1.
$A_{IJKL} = A_{ABCD} - 2\times A_{BIL} - 2\times A_{CJL}$
$A_{IJKL} = 5\times 7 - 2 \times x \times (7 - x) / 2 - 2 \times x \times (5 - x) / 2$
$A_{IJKL} = 35 - x \times (12 - 2x)$
2.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
A(*x*)	**35**	**29,5**	**25**	**21,5**	**19**	**17,5**	**17**

x	3,5	4	4,5	5
A(*x*)	**17,5**	**19**	**21,5**	**25**



L'aire minimale (17 cm²) semble être atteinte lorsque *x* = 3 cm.