DM - Pourquoi 21 × 29,7 ?

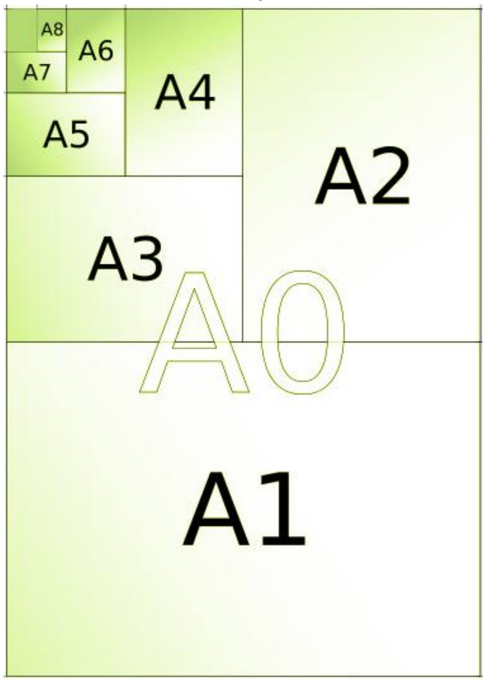
A rendre pour le mercredi **25/02/2026** ; ***non noté***

Cloche, couronne, écu, cavalier, jésus, colombier, univers …
Quel est le rapport entre ces mots ?

La réponse est simple. Il s'agit de formats de papier : des formats correspondants à des dimensions de feuilles. Par exemple, le « cloche » correspond à une largeur de 30 cm et une longueur de 40 cm ; le « raisin » mesure 50 cm par 65 cm ; le « jésus » mesure 56 cm par 76 cm, « l'univers » mesure 100 cm par 130 cm …

Tous les formats cités plus haut, pour la plupart très anciens, ont deux inconvénients majeurs :

- la surface d'une feuille de papier est un nombre compliqué,
- les proportions de la feuille (rapport longueur/largeur) ne sont pas conservées lorsqu'on la plie (ou coupe) en deux.



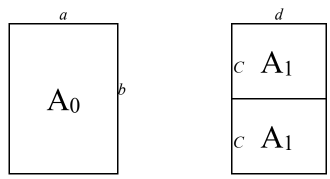
Afin de remédier à ces inconvénients, on a cherché – et trouvé – un format tel que la surface d'une feuille soit 1 m² et ses proportions (rapport longueur/largeur) soient conservées lors d'un pliage le long de la plus petite de ses médianes.

P

Le format A_0 est le plus grand.
Le format A_1 est la moitié du format A_0 (coupé dans le sens de la longueur).
Le format A_2 est la moitié du format A_1 (coupé dans le sens de la longueur).
Le format A_3 est la moitié du format A_2 (coupé dans le sens de la longueur).
Le format A_4 est la moitié du format A_3 (coupé dans le sens de la longueur).
Le format A_5 est la moitié du format A_4 (coupé dans le sens de la longueur).
…...

Partie 1 : taille d'une feuille

On appelle a la longueur et b la largeur du page A_0.
On appelle c la longueur et d la largeur du page A_1.



Comme on conserve les proportions (rapport longueur/largeur) on a alors : $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ soit $bc = ad$.

Comme on partage la feuille en 2 à chaque changement de format, on a : $c = \frac{b}{2}$ et $d = a$.

En remplaçant dans la première équation, on trouve $b \times \frac{b}{2} = a \times a$ donc $\frac{b^2}{2} = a^2$ donc $b^2 = 2 \times a^2$ donc $b = \sqrt{2} \times a$.

Pour passer de la largeur à la longueur d'une feuille A… on multiplie par $\sqrt{2}$.
Pour passer de la longueur à la largeur d'une feuille A… on divise par $\sqrt{2}$.

La surface d'une feuille A_0 est $a \times b$ soit $a \times \sqrt{2} \times a$ ou $a^2 \times \sqrt{2}$.

La surface d'une feuille de papier A_0 est 1 m² donc $1 = a^2 \times \sqrt{2}$ donc $a^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $a = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Comme $b = \sqrt{2} \times a$ alors $a = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{\sqrt{2}}$.

Voir le site *http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/format.htm*.

Recopier et compléter le tableau ci-contre *(en donnant les dimensions en cm, arrondies au centième)*:

Vérifier en construisant le tableau que le format A_4 mesure bien (environ 21 cm par 29,7 cm).

Format	Longueur	Largeur
A_0	$\sqrt{\sqrt{2}}$ m ≈ 118,92 cm	$\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ m ≈ 84,08 cm
A_1	84,08 cm	59,46 cm
A_2		
A_3		
A_4		
A_5		
A_6		
A_7		
A_8		
A_9		
A_{10}		

<u>Partie 2</u> : grammage

Le grammage d'un papier est la masse d'un mètre carré de papier.
Par exemple, lorsque l'on parle de papier 80g, cela signifie qu'un mètre carré de papier a une masse de 80g.

1. On écrit une lettre sur du papier 80 g.
Une enveloppe et son timbre « au tarif vert » pèsent 3g.
Combien de feuilles au format A_4 peut-on mettre dans une enveloppe
a. si celle-ci est timbrée à 1,52 € (maximum 20 g) ?
b. si celle-ci est timbrée à 3,10 € (maximum 100 g) ?

2. Le livre de mathématiques de $4^{ème}$ comporte 292 pages.
On suppose que la couverture est réalisée avec une feuille A_3.
a. On utilise du papier 80g pour les pages et une couverture au grammage de 600g
Quelle est la masse du livre ?
b. On utilise du papier 60g pour les pages et une couverture au grammage de 400g
Quelle est la masse du livre ?

3. Un collégien a choisi des cahiers avec un papier 80g.
a. Sans tenir compte de la masse de la couverture, calculer la masse des feuilles d'un cahier :
. de 192 pages au format 24 cm par 32 cm,
. de 96 pages au format 24 cm par 32 cm,
. de 96 pages au format A_4,
. de 48 pages au format A_4.
b. Calculer le gain de poids entre un cahier de 96 pages A_4 par rapport au cahier au format 24×32.
Cela correspond à quel pourcentage de gain ?

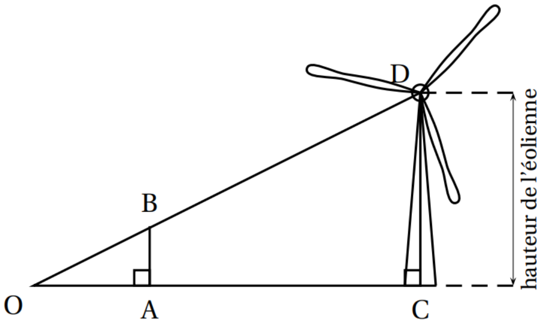
https://lesmathsdherve.net/wp-content/uploads/DM-jusqua-Paques.pdf

DM Nouvelle Calédonie, décembre 2009

A rendre pour le mercredi **4/03/2026** ; ***non noté***

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :

- Les points O, A et C sont alignés.
- Les points O, B et D sont alignés.
- Les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ACD}$ sont droits.
- OA = 11 m ; AC = 594 m ; AB = 1,5 m.



Le schéma n'est pas représenté en vraie grandeur

Le segment [CD] représente l'éolienne.

1. Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

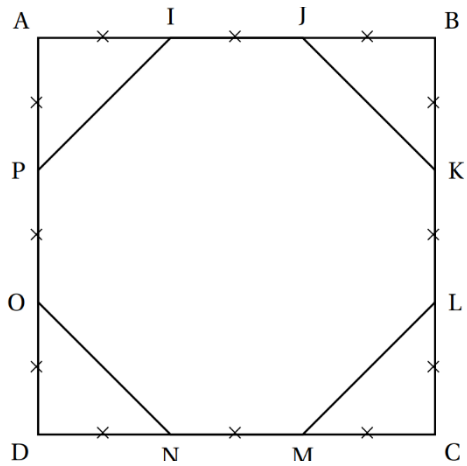
2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne. *Justifier*.

DM Métropole - La Réunion – Mayotte, 29 juin 2010

A rendre pour le mercredi **11/03/2026** ; ***non noté***

Dans la figure ci-contre :

- ABCD est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.



1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. **a**. Calculer JK.

b. L'octogone IJKLMNOP est-il un octogone régulier ?

Justifier la réponse.

c. Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.

3. Les diagonales du carré ABCD se coupent en S.

a. Tracer sur la figure en vraie grandeur le cercle de centre S et de diamètre 9 cm.

b. Le disque de centre S et de diamètre 9 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone ?

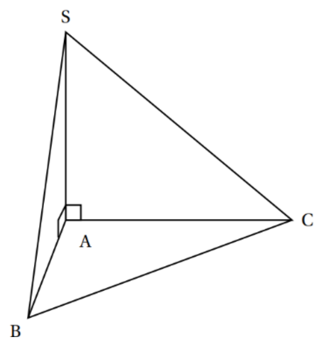
Justifier la réponse.

DM Métropole - La Réunion – Mayotte, 29 juin 2010

A rendre pour le mercredi **18/03/2026** ; ***non noté***

SABC est une pyramide de base triangulaire ABC telle que : AB = 2 cm ; AC = 4,8 cm ; BC = 5,2 cm.

La hauteur SA de cette pyramide est 3 cm.

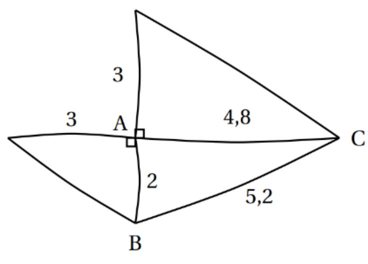


1. Dessiner en vraie grandeur le triangle ABC.

2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Justifier.

3. On veut construire un patron en vraie grandeur de la pyramide SABC. Le début de ce patron est dessiné cicontre à main levée. Compléter le dessin commencé plus haut pour obtenir le patron complet, en vraie grandeur de la pyramide.



4. Calculer le volume de SABC en cm^3.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

où B est l'aire d'une base et h la hauteur associée.

On considère le programme de calcul ci-dessous.

Programme de calcul
• Choisir un nombre de départ • Ajouter 1 • Calculer le carré du résultat obtenu • Lui soustraire le carré du nombre de départ • Écrire le résultat final.

1. **a**. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.

b. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?

c. Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x.

2. On considère l'expression $P = (x+1)^2 - x^2$
Développer puis réduire l'expression P.

3. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?

DM - Pourquoi 21 × 29,7 ?

Partie 1 : taille d'une feuille

Format	Longueur	Largeur
A_0	$\sqrt{\sqrt{2}}$ m ≈ 118,92 cm	$\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ m ≈ 84,08 cm
A_1	84,08 cm	59,46 cm
A_2	59,46 cm	42,04 cm
A_3	42,04 cm	29,73 cm
A_4	29,73 cm	21,02 cm
A_5	21,02 cm	14,87 cm
A_6	14,87 cm	10,51 cm
A_7	10,51 cm	7,43 cm
A_8	7,43 cm	5,26 cm
A_9	5,26 cm	3,72 cm
A_{10}	3,72 cm	2,63 cm

On retrouve bien les dimensions **21 cm par 29,7 cm.**

Partie 2 : grammage

1. Je calcule la masse d'une feuille

Format	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
Masse en g	80	40	20	10	5

a. Je calcule la masse des feuilles sans l'enveloppe

$20 - 3 = 17$g

Je calcule on peut mettre de feuilles

$17 \div 5 = 3{,}4$

On peut mettre jusqu'à **3 feuilles** dans une enveloppe affranchie à 1,52 €.

b. Je calcule la masse des feuilles sans l'enveloppe

$100 - 3 = 97$g

Je calcule on peut mettre de feuilles

$97 \div 5 = 19{,}4$

On peut mettre jusqu'à **19 feuilles** dans une enveloppe affranchie à 3,10 €.

2. Le livre a 292 pages donc 146 pages A4.

a. Je calcule la masse de la couverture

Format	A_0	A_1	A_2	A_3
Masse en g	600	300	150	75

Je calcule la masse des 146 feuilles

$146 \times 5 = 730$

Je calcule la masse totale

$75 + 730 = 805$

Le livre a une masse de **805 g**.

b. Je calcule la masse de la couverture

Format	A_0	A_1	A_2	A_3
Masse en g	400	200	100	50

Je calcule la masse d'une feuille

Format	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
Masse en g	60	30	15	7,5	3,75

Je calcule la masse des 146 feuilles

$146 \times 3{,}75 = 547{,}5$

Je calcule la masse totale

$50 + 547{,}5 = 597{,}5$

Le livre a une masse de **597,5 g**.

3.a. Je calcule la masse du cahier de 192 pages

192 pages = 96 feuilles

Je calcule sa surface d'une feuille 24×32

$0,24 \times 0,32 = 0,0768$ m²

Je calcule la surface totale du cahier

$92 \times 0,0768 = 7,3728$ m²

Je calcule la masse du cahier de 192 pages au format 24×32

589,824 g

La masse est de **589,824 g**.

Le cahier de 96 pages a deux fois moins de page donc sa masse est la moitié de celui de 192 pages

Je calcule la masse du cahier de 96 pages au format 24×32

$589,824 \div 2 = 294,912$

La masse est de **294,912 g**.

Le cahier de 96 pages a 48 feuilles.

Je calcule la masse du cahier de 96 pages A4.

$48 \times 5 = 240$

La masse est de **240 g**.

Le cahier de 48 pages a deux fois moins de page donc sa masse est la moitié de celui de 96 pages

Je calcule la masse du cahier de 48 pages au format A4.

$240 \div 2 = 120$

La masse est de **120 g**.

b. Je calcule le pourcentage de gain

	24 × 32	A4	Gain
Masse en g	294,12	240	54,12
Pourcentage	100		?

$$? = \frac{100 \times 54,12}{294,12} \approx 18,4$$

Le gain est d'**environ 18,4 %**.

1. Comme (AB)⊥(OC) et (DC)⊥(OC) alors **(AB)//(CD)**.

2. Comme O, B, D et O, A, C sont alignés et comment (AB)//(CD), d'après le théorème de Thalès

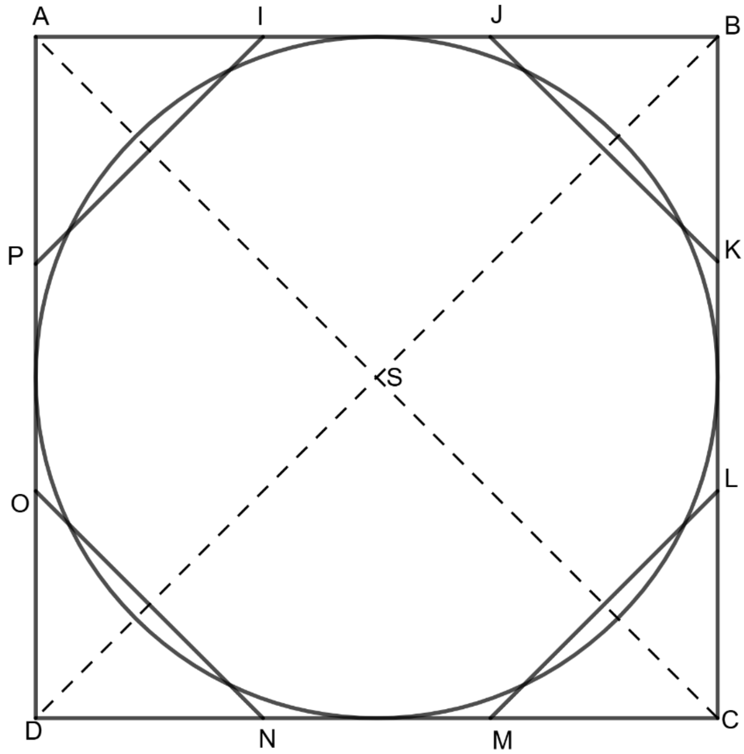
$$\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{11}{11 + 594} = \frac{1,5}{CD}$$

$$CD = \frac{605 \times 1,5}{11} = 82,5$$

La hauteur de l'éolienne est de **82,5 m**.

1.



2.**a**. AI = IJ = JB = BK = KL = LC = 9 ÷ 3 = 3 cm

Comme ABCD est un carré alors JBK est rectangle en B

Dans JBK rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore

$JK^2 = JB^2 + BK^2$

$JK^2 = 3^2 + 3^2$

$JK^2 = 9 + 9$

$JK^2 = 18$

$JK = \mathbf{\sqrt{18} \approx 4{,}24}$ **cm** $\neq 3$ cm

b. IJ ≠ JK donc l'octogone **n'est pas régulier**.

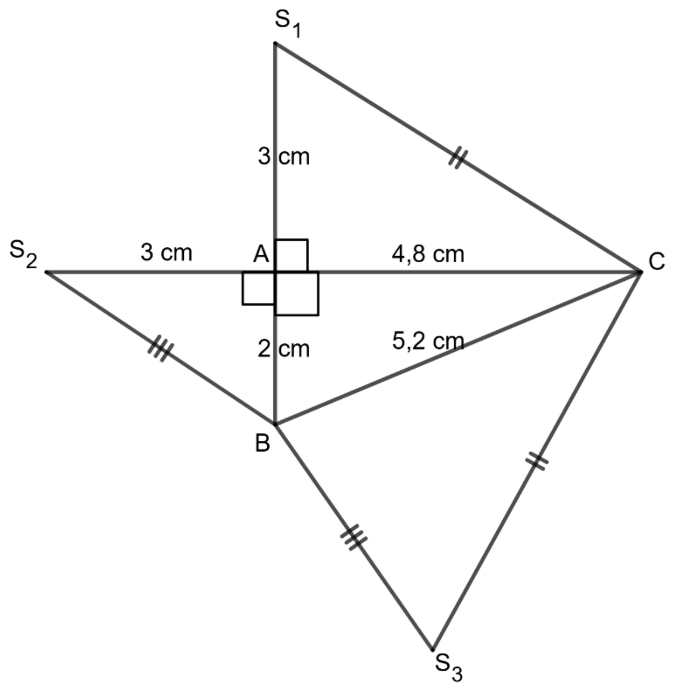
c. $A_{IJKLMNOP} = A_{ABCD} - 4 \times A_{JBK} = c \times c - 4 \times b\times h/2 = 9 \times 9 - 4 \times 3\times 3/2 =$ **63 cm²**

3.**b**. $A_{disque} = \pi \times R^2 = \pi \times 4{,}5^2 = 20{,}25\pi \approx 63{,}62$ cm²

Le disque a une aire très proche (environ 1% d'écart), mais **supérieure** à celle de l'octogone.

DM Métropole - La Réunion – Mayotte, 29 juin 2010

1.



2. Si ABC était rectangle, l'hypoténuse serait [BC] car c'est le plus grand côté

BC^2	$AB^2 + AC^2$
$= 5{,}2^2$	$= 2^2 + 4{,}8^2$
$= 27{,}04$	$= 4 + 23{,}04$
	$= 27{,}04$

donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **ABC est rectangle en A**.

4. $V = \frac{1}{3} \times \mathbf{B} \times \mathbf{h} = \frac{1}{3} \times \mathbf{AC} \times \mathbf{AB} \div \mathbf{2} \times \mathbf{AS} = \frac{1}{3} \times \mathbf{4{,}8} \times \mathbf{2} \div \mathbf{2} \times \mathbf{3} = \mathbf{4{,}8\ cm^3}$

On considère le programme de calcul ci-dessous.

Programme de calcul
• Choisir un nombre de départ • Ajouter 1 • Calculer le carré du résultat obtenu • Lui soustraire le carré du nombre de départ • Écrire le résultat final.

1. **a**. Cherchons ce que l'on trouve si on débute avec 1

$1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 4 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

On obtient bien **3**.

b. Cherchons ce que l'on trouve si on débute avec 2

$2 \rightarrow 2 + 1 = 3 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow 9 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

On obtient **5**.

b. Cherchons ce que l'on trouve si on débute avec x

$x \rightarrow x + 1 \rightarrow (x+1)^2 \rightarrow (x+1)^2 - x^2$

On obtient $\mathbf{(x+1)^2 - x^2}$

2. $P = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = \mathbf{2x + 1}$

Développer puis réduire l'expression P.

3. Cherchons quel doit être le nombre de départ pour trouver 15

$2x + 1 = 15$

$2x = 14$

$x = 7$

Il faut choisir le nombre **7**.

Vérifions :

$7 \rightarrow 7 + 1 = 8 \rightarrow 8^2 = 64 \rightarrow 64 - 7^2 = 64 - 49 = 15$

C'est juste