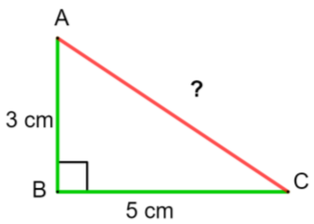
Synthèse de géométrie
Pythagore, Thalès et trigonométrie

Quelle méthode choisir ?

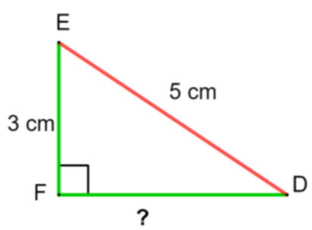
On connaît	On cherche	On utilise	Voir
· Triangle rectangle · 2 côtés	· 1 côté	Théorème de Pythagore	Exemples 1 et 2
· 3 côtés d'un triangle	· Triangle rectangle	Réciproque de Pythagore	Exemple 3
· 3 côtés d'un triangle	· Triangle non rectangle	Contraposé de Pythagore	Exemple 4
· Triangle rectangle · 1 angle aigu · 1 côté	· 1 côté	Trigonométrie	Exemple 5
· Triangle rectangle · 2 côtés	· 1 angle	Trigonométrie	Exemple 6
· 2 droites sécantes · 2 droites parallèles · 3 mesures de longueur	· 1 mesure de longueur	Théorème de Thalès	Exemple 7
· 2 droites sécantes · 4 mesures de longueur	· Droites parallèles	Réciproque de Thalès	Exemple 8
· 2 droites sécantes · 4 mesures de longueur	· Droites non parallèles	Contraposée de Thalès	Exemple 9

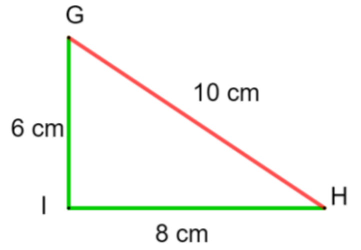
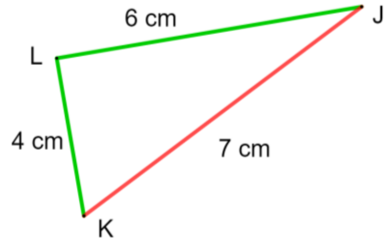
Des exemples pour comprendre

Exemple 1

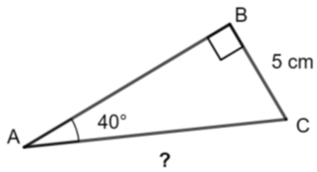
Enoncé	Résolution	Remarques
	Dans ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $AC^2 = 3^2 + 5^2$ $AC^2 = 9 + 25$ $AC^2 = 34$ **AC = $\sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm**	Penser à nommer le triangle rectangle et l'angle droit. Ne pas oublier de citer le théorème. On écrit la formule en isolant toujours l'hypoténuse ; ici c'est AC. Ne pas oublier les carrés. On remplace, dans la formule, par les valeurs connues. Penser à convertir si les mesures ne sont pas toutes dans la même unité. Ne plus mettre le carré quand on donne la longueur. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre le résultat en valeur.

Exemple 2

Enoncé	Résolution	Remarques
	Dans DEF rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore $DE^2 = DF^2 + EF^2$ $5^2 = DF^2 + 3^2$ $25 = DF^2 + 9$ $-9 \qquad -9$ $16 = DF^2$ **DF = $\sqrt{16} = 4$ cm**	Penser à nommer le triangle rectangle et l'angle droit. Ne pas oublier de citer le théorème. On écrit la formule en isolant toujours l'hypoténuse ; ici c'est DE. Ne pas oublier les carrés. On remplace, dans la formule, par les valeurs connues. Penser à convertir si les mesures ne sont pas toutes dans la même unité. Ne plus mettre le carré quand on donne la longueur. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre le résultat en valeur.

	Exemple 3	Remarques	Exemple 4
Enoncé	 GHI est-il rectangle ?	Pour certains exercices, il peut être intéressant de réaliser un schéma. Si les sommets ne sont pas nommés, il faut faire un schéma sur la copie avec les noms des sommets.	 JKL est-il rectangle ?
Résolution	Si GHI était rectangle, l'hypoténuse serait [GH] car c'est le plus grand côté. GH^2 $= 10^2$ $= 100$ $GI^2 + HI^2$ $= 6^2 + 8^2$ $= 36 + 64$ $= 100$ donc $GH^2 = GI^2 + HI^2$ d'après la propriété réciproque de Pythagore alors **GHI est rectangle en I**.	Identifier le plus grand côté. Le dessin pouvant être faux, il faut regarder les mesures des côtés pour déterminer le plus grand. On calcule le carré de l'hypoténuse. **Bien séparer ces 2 calculs.** On calcule la somme des carrés des deux autres côtés. Comparer les 2 résultats. Conclure. Si le triangle est rectangle, bien penser à préciser l'angle droit.	Si JKL était rectangle, l'hypoténuse serait [KL] car c'est le plus grand côté. KJ^2 $= 7^2$ $= 49$ $JL^2 + KL^2$ $= 6^2 + 4^2$ $= 36 + 16$ $= 52$ donc $KJ^2 \neq JL^2 + KL^2$ d'après la contraposée de Pythagore alors **GHI n'est pas rectangle**.

Exemple 5

Enoncé	Résolution	Remarques
	Dans ABC rectangle en B, $\sin(\hat{A}) = \frac{BC}{AC}$ $\sin(40°) = \frac{5}{AC}$ $\frac{\sin(40°)}{1} = \frac{5}{AC}$ $\mathbf{AC = \frac{5 \times 1}{\sin(40)} \approx 7,8\ cm}$	A ne pas oublier. Choisir et appliquer la « bonne » formule de trigonométrie. Voir l'explication entre l'exemple 5 et l'exemple 6 pour ce choix. Remplacer par les valeurs connues. Transformer l'écriture en égalité de 2 fractions. Effectuer les produits en croix. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre en valeur le résultat.

Pour choisir la ligne trigonométrique à utiliser, on note ce que l'on connait et ce que l'on cherche.

Exemple 5		***Exemple 6***	
On connait : • *L'angle $\hat{A}$* • *BC : Opposé*	*On cherche :* • *AC : Hypoténuse*	*On connait :* • *FG : Opposé* • *EG : Adjacent*	*On cherche :* • *L'angle $\hat{E}$*

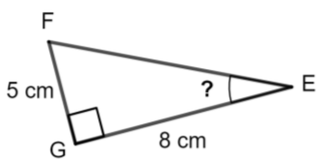
On cherche la formule qui convient :

$$\textbf{Cosinus} = \frac{\textbf{Adjacent}}{\textbf{Hypoténuse}} \qquad \textbf{Sinus} = \frac{\textbf{Opposé}}{\textbf{Hypoténuse}} \qquad \textbf{Tangente} = \frac{\textbf{Opposé}}{\textbf{Adjacent}}$$

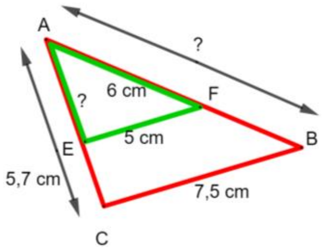
*Apprendre par cœur : **C**=**A**/**H** **S**=**O**/**H** **T**=**O**/**A***

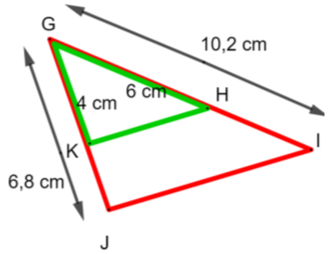
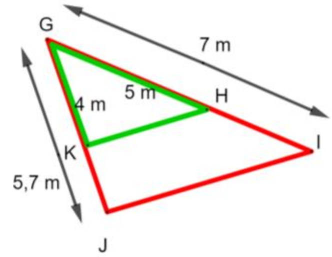
Ici, on a Opposé et Hypoténuse, on prend le Sinus	*Ici, on a Opposé et Adjacent, on prend la Tangente*

Exemple 6

Enoncé	Résolution	Remarques
	Dans EFG rectangle en G, $\tan(\hat{E}) = \frac{FG}{EG}$ $\tan(\hat{E}) = \frac{5}{8}$ $\mathbf{\hat{E} = \arctan\left(\frac{5}{8}\right) \approx 32°}$	A ne pas oublier. Choisir et appliquer la « bonne » formule de trigonométrie. Voir l'explication entre l'exemple 5 et l'exemple 6 pour ce choix. Remplacer par les valeurs connues. Utiliser la fonction arccos, arcsin ou arctan de la calculatrice. Penser à l'arrondi (si besoin) et l'unité. Mettre en valeur le résultat.

Exemple 7

Enoncé	Résolution	Remarques
 (EF) // (BC)	Comme A, F, B et A, E, C sont alignés et comme (EF) // (BC) d'après le théorème de Thalès : $\frac{AF}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{EF}{BC}$ $\frac{6}{AB}=\frac{AE}{5,7}=\frac{5}{7,5}$ $AE=\frac{5\times 5,7}{7,5}$; $\boldsymbol{AE=3,8\ cm}$ $AB=\frac{6\times 7,5}{5}$; $\boldsymbol{AB=9\ cm}$	Penser aux 2 conditions : 2 droites parallèles **ET** 2 séries de points alignés Citer le théorème Ecrire les côtes d'un triangle, puis diviser chaque côté par le côté qui lui "correspond" dans l'autre triangle. Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs. Parmi les 3 quotients, en repérer 2 qui ne comportent qu'une inconnue et effectuer les produits en croix. Penser à l'unité et la mise en valeur de la réponse. *Pour certains exercices, on ne demande qu'une seule longueur.*

	Exemple 8	Remarques	Exemple 9
Enoncé	 (HK) // (IJ) ?	Pour certains exercices, il peut être intéressant de réaliser un schéma. Si les sommets ne sont pas nommés, il faut faire un schéma sur la copie avec les noms des sommets.	 (HK) // (IJ) ?

Résolution	Si (HK) // (IJ) et comme les points G,H,I et G,K,J sont alignés le théorème de Thalès donnerait :
	$\frac{GH}{GI}=\frac{GK}{GJ}$
	$\frac{GH}{GI}=\frac{6}{10,2}$; $\frac{GH}{GI}=\frac{10}{17}$
	$\frac{GK}{GJ}=\frac{4}{6,8}$; $\frac{GK}{GJ}=\frac{10}{17}$
	donc $\frac{GH}{GI}=\frac{GK}{GJ}$
	et comme G, H, I et G, K, J sont alignés dans le même ordre,
	d'après la propriété réciproque de Thalès alors **(HK) // (IJ)**.
		Au brouillon ou dans sa tête, on écrit ce que donnerait le théorème de Thalès si (HK) et (IJ) étaient parallèles.
		
		On n'écrit pas les rapports des côtés « « parallèles ».
		
		On calcule SEPAREMMENT les 2 rapports.
		
		On les transforme (avec la calculatrice) en fractions irréductibles.
		
		On compare les résultats.
		
		On préciser les points alignés **dans le même ordre**.
		
		On conclue.
			Si (HK) // (IJ) et comme les points G,H,I et G,K,J sont alignés le théorème de Thalès donnerait :
			$\frac{GH}{GI}=\frac{GK}{GJ}$
			$\frac{GH}{GI}=\frac{5}{7}$
			$\frac{GK}{GJ}=\frac{4}{5,7}$; $\frac{GK}{GJ}=\frac{40}{57}$
			donc $\frac{GH}{GI}\neq\frac{GK}{GJ}$
			et comme G, H, I et G, K, J sont alignés dans le même ordre,
			d'après la contraposée de Thalès alors **(HK) et (IJ) ne sont pas parallèles**.