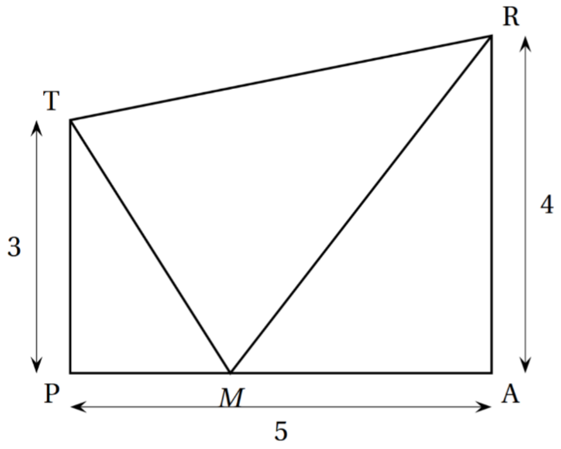
Révisions BB maths

Brevet des collèges Pondichéry, avril 2009



Les longueurs sont exprimées en centimètres.
TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que : TP = 3 ; PA = 5 ; AR = 4.
M est un point variable du segment [PA], et on note x la longueur du segment [PM].

1. Dans cette question, on se place dans le cas où $x = 1$

a. Faire une figure.

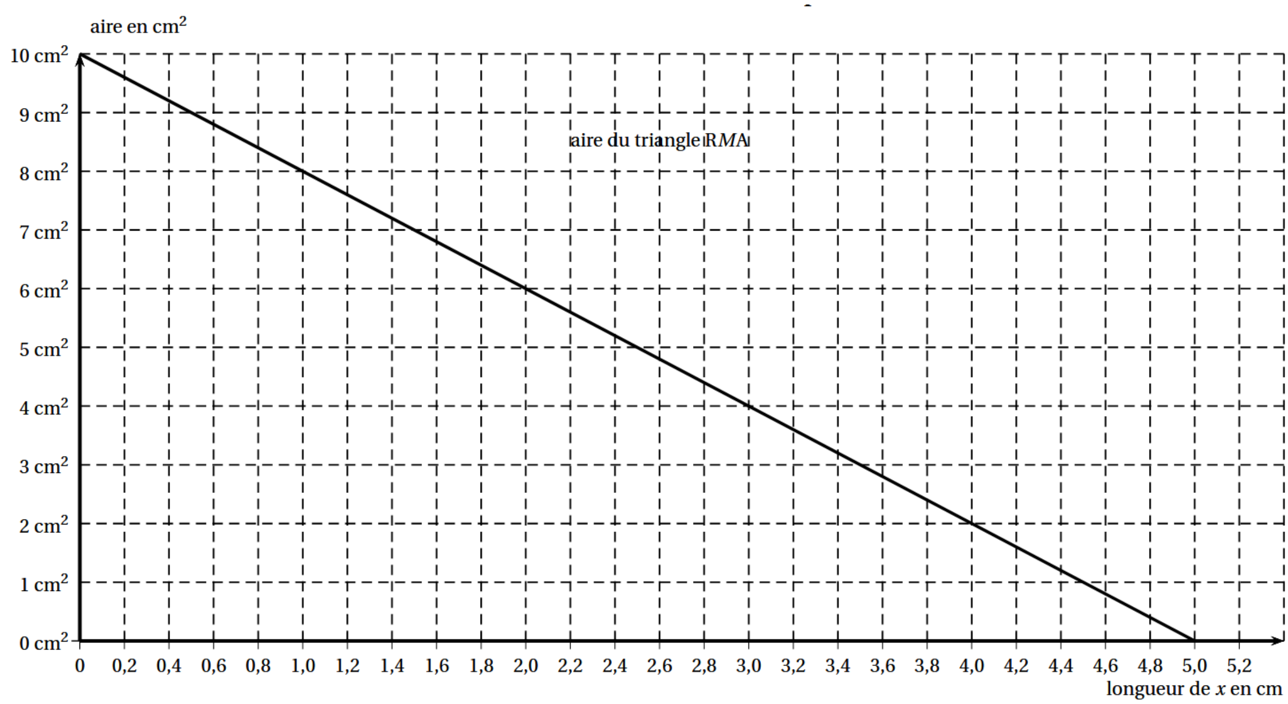
b. Démontrer que, dans ce cas, le triangle ARM est isocèle en A.

c. Calculer les aires des triangles PTM et ARM.

2. Dans cette question, on se place dans le cas où x est un nombre inconnu.

a. Donner les valeurs entre lesquelles x peut varier.

b. Montrer que l'aire du triangle PTM est $1{,}5x$ et l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.



La représentation graphique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de la fonction représentant l'aire du triangle ARM en fonction de x est donnée ci-dessus.
Répondre aux questions suivantes, 3. et 4., en utilisant ce graphique à rendre avec la copie.
Laisser apparents les traits nécessaires.

3. a. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est égale à 6 cm^2 ?

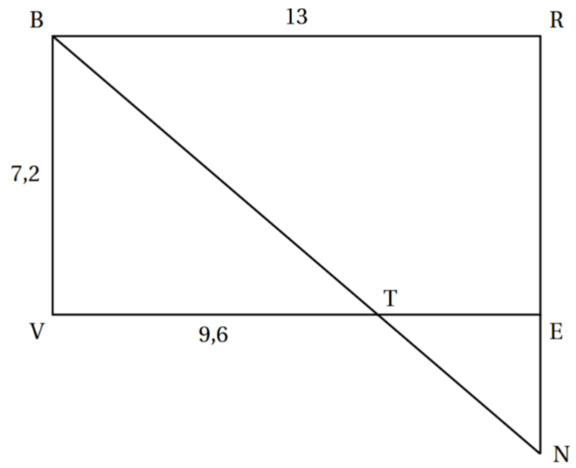
b. Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

4. a. Sur ce graphique donné en annexe à rendre avec la copie, tracer la droite représentant la fonction : $f(x) = 1{,}5x$

b. Estimer graphiquement, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire. Faire apparaître les traits de construction nécessaires.

c. Montrer, par le calcul, que la valeur exacte de x pour laquelle les deux aires sont égales, est $\frac{100}{35}$.

Diplôme national du brevet juin 2009, Centres étrangers II



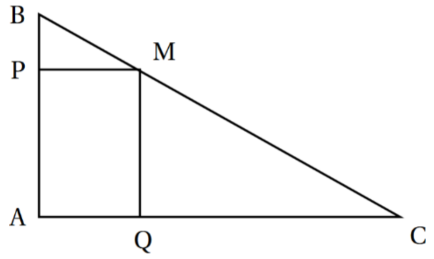
Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le quadrilatère BREV est un rectangle avec BR = 13 cm et BV = 7,2 cm.
Le point T est sur le segment [VE] tel que VT = 9,6 cm.
N est le point d'intersection des droites (BT) et (RE).

1. Démontrer que la longueur TE est égale à 3,4 cm.

2. Calculer la longueur BT.

3. Calculer la longueur EN.

Brevet des collèges Antilles–Guyane, septembre 2009



ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm et AC = 4 cm.
M est un point de [BC].
La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (AB) en P.
La perpendiculaire à (AC) passant par M coupe (AC) en Q.

Partie A

Justifier que :

- BC = 5cm.
- Le quadrilatère APMQ est un rectangle.
- $\frac{\text{BP}}{3} = \frac{\text{BM}}{5} = \frac{\text{MP}}{4}$

Partie B

On suppose dans cette partie que BM = 2 cm.

1. Calculer BP, PM puis en déduire AP.

2. Calculer l'aire du rectangle APMQ.

Partie C

On suppose dans cette partie que BM = x cm avec x compris entre 0 et 5.

1. En utilisant la question 3 de la Partie A, exprimer BP et PM en fonction de x.

2. En déduire AP en fonction de x.

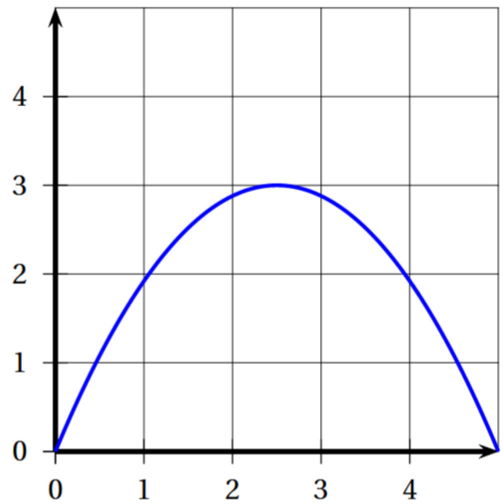
3. Pour quelle valeur de x, APMQ est-il un carré ?

4. On note A(x) l'aire, en cm^2 du rectangle APMQ.
Justifier que A(x) = 2,4 x − 0,48x^2

5. On donne la représentation graphique de la fonction A ci-contre :

a. En s'aidant du graphique, trouver le(s) valeur(s) de x pour lesquelles l'aire du rectangle APMQ est de 1 cm^2.

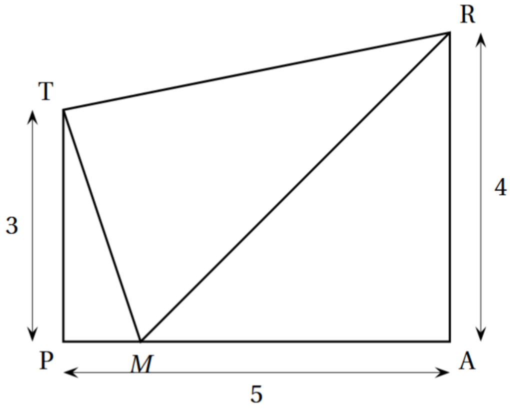
b. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire de APMQ est maximale.
Donner cette aire maximale



Eléments de correction

Brevet des collèges Pondichéry, avril 2009

1.a.



b. On a AM = 5 − 1 = 4 = AR, donc le triangle ARM est isocèle en A.

c. $\mathcal{A}_{\text{PTM}} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ cm²

$\mathcal{A}_{\text{ARM}} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$ cm²

2.a. On a x compris entre 0 et 5.

b. $\mathcal{A}_{\text{PTM}} = x \times \frac{3}{2} = 1{,}5x$ cm²

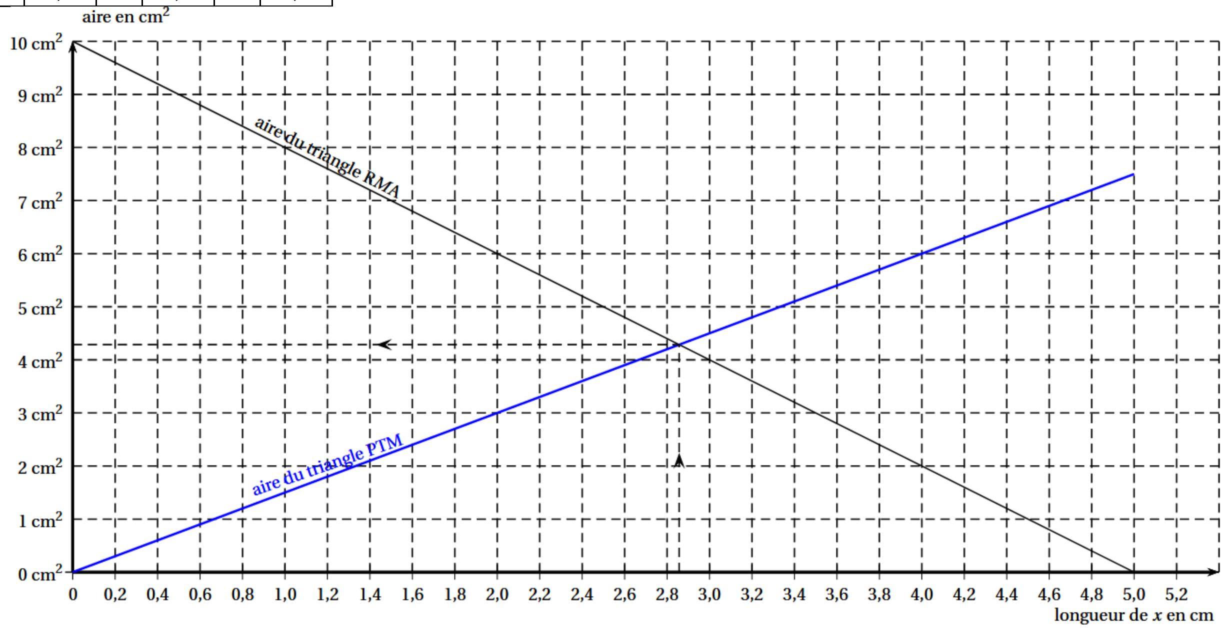
$\mathcal{A}_{\text{ARM}} = \frac{(5-x) \times 4}{2} = (5-x) \times 4 = 10 - 2x$ cm²

3.a. $\mathcal{A}_{\text{PTM}} = 1{,}5x = 6$, donc $x = 4$.

b. AARM = 10 − 2 × 4 = 2 cm².

4.a.

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	0	1,5	3	4,5	6	7,5



b. On lit à peu près $x \approx 2{,}85$ soit 2,9 cm au millimètre près.

c. Les aires sont égales si : $1{,}5\,x = 10 - 2\,x$ soit $3{,}5x = 10$ ou $35x = 100$ et enfin $x = \frac{100}{35} = \frac{35}{2}$

Diplôme national du brevet juin 2009, Centres étrangers II

1. BREV étant un rectangle ses côtés opposés ont la même longueur ; en particulier BE = VE = VT + TE, soit 13 = 9,6 + TE et TE = 13 − 9,6 = 3,4 cm.

2. BREV étant un rectangle, le triangle BVT est rectangle en V ; le théorème de Pythagore permet d'écrire : $BT^2 = BV^2 + VT^2 = 7{,}2^2 + 9{,}6^2 = 51{,}84 + 92{,}16 = 144$; donc $BT = \sqrt{144} = 12$ cm.

3. BREV étant un rectangle ses côtés opposés sont parallèles ; en particulier (BV) et (RN) ; la propriété de Thalès permet d'écrire que : $\frac{TV}{BV} = \frac{TE}{EN}$ d'où EN = BV × TE / TV = 7,2 × 3,4 / 9,6 = 2,55 cm.

Brevet des collèges Antilles–Guyane, septembre 2009

Partie A

1. Dans le triangle ABC rectangle en A le théorème de Pythagore s'écrit :

$BC^2 = BA^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc BC = 5 cm.

2. Les droites (MP) et (AC) perpendiculaires à la même droite (AB) sont parallèles.

Les droites (MQ) et (AB) perpendiculaires à la même droite (AC) sont parallèles.

Le quadrilatère APMQ est donc un parallélogramme et comme il a un angle droit, il en a quatre : c'est un rectangle.

3. La propriété de Thalès avec les parallèles (MP) et (AC) donne : $\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{BM}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{AC}}$ donc $\frac{\mathrm{BP}}{3} = \frac{\mathrm{BM}}{5} = \frac{\mathrm{MP}}{4}$

Partie B

1. En remplaçant BM par 2 dans les égalités obtenues dans la partie A, on obtient : $\frac{\mathrm{BP}}{3} = \frac{2}{5} = \frac{\mathrm{MP}}{4}$

On en déduit : $\frac{\mathrm{BP}}{3} = \frac{2}{5}$qui donne BP = 2 × 3 / 5 = 1,2 cm.

Puis $\frac{2}{5} = \frac{\mathrm{MP}}{4}$ d'où MP = 2 × 4 / 5 = 1,6cm.

2. L'aire du rectangle APMQ est égale à : AP × PM = (3 − 1,2) × 1,6 = 1,8 × 1,6 = 2,88 cm^2.

Partie C

1. On reprend les égalités de la fin de la partie A en remplaçant BM par x : $\frac{\mathrm{BP}}{3} = \frac{x}{5} = \frac{\mathrm{MP}}{4}$

BP = $\frac{3x}{5}$ et MP = $\frac{4x}{5}$

2. On a AP = AB − BP = $3 - \frac{3x}{5}$

3. Le rectangle est un carré si la longueur PM est égale à la largeur AP, soit si $\frac{4x}{5} = 3 - \frac{3x}{5}$ soit $\frac{7x}{5} = 3$ soit $7x = 15$ et enfin $x = 15/7$

4. $A(x)$ = AP × PM = $\frac{4x}{5} \times (3 - \frac{3x}{5})$ = ... = $2{,}4\,x - 0{,}48x^2$

5.a. On lit approximativement que l'aire vaut 1 lorsque x = 0,5.

b. On lit que l'aire est maximale lorsque x = 2,5