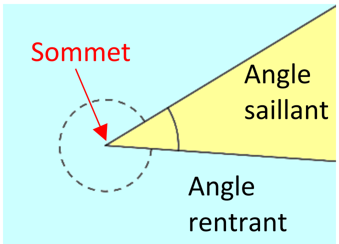
ANGLES et TRIANGLES SEMBLABLES

I - Angles



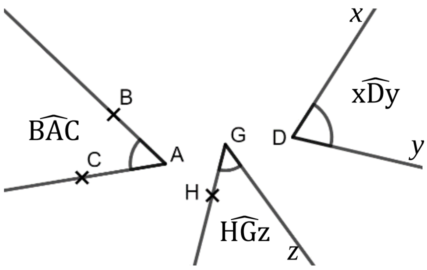
Définition

Un <u>angle</u> est une portion de droite délimité par deux demi-droites de même origine.

Le point d'intersection des demi-droites est appelé le <u>sommet</u> de l'angle.

On définit, alors, même deux angles : un <u>angle rentrant</u> et un <u>angle saillant</u>.

Notation

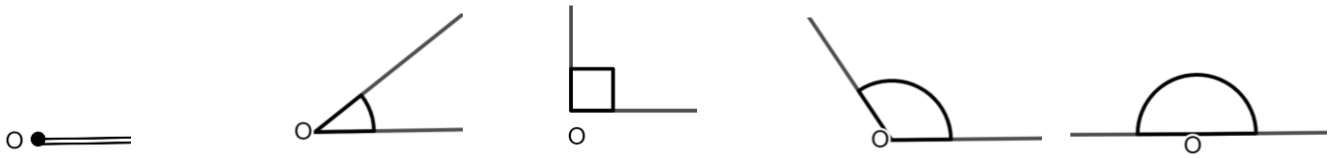


Pour nommer un angle, on prend une lettre sur chacune des demi-droites que l'on écrit de chaque côté de la lettre représentant le sommet de l'angle. On ajoute un chapeau pour signifier que c'est un angle *et non un triangle*.

On peut aussi prendre la lettre en minuscule qui représente la demi-droite.

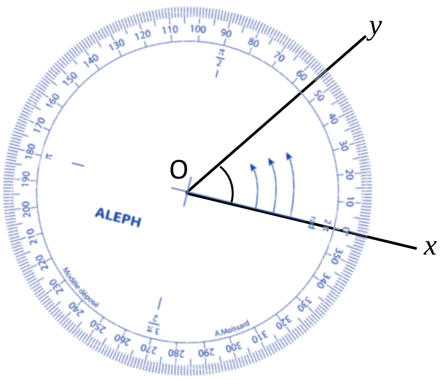
Dans le cas où il n'y a pas plusieurs angles, on peut juste noter le sommet : $\widehat{A}$, $\widehat{G}$ ou $\widehat{D}$.

Définitions



<u>Angle nul</u> <u>Angle aigu</u> <u>Angle droit</u> <u>Angle obtus</u> <u>Angle plat</u>

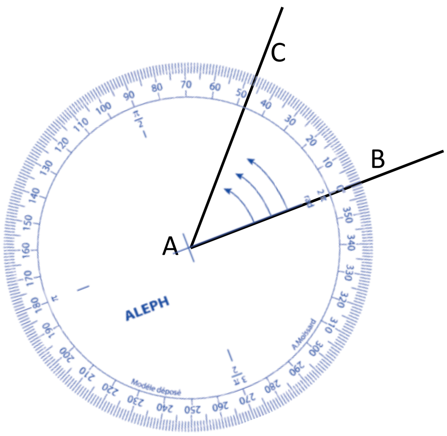
Comment mesurer un angle ?



1. On positionne le centre du rapporteur (*la croix*) sur le sommet de l'angle (*ici le point O*).
2. On tourne le rapporteur de telles sorte que le 0 de la graduation du rapporteur passe sur une des demi-droites formant l'angle, *en veillant à ce que l'angle soit bien du côté des 3 flèches du rapporteur*.
3. On lit sur quelle graduation du rapporteur passe la seconde demi-droites (*ici 55*).
4. On obtient $\widehat{xOy} = 55°$

Comment construire un angle de mesure donnée ?

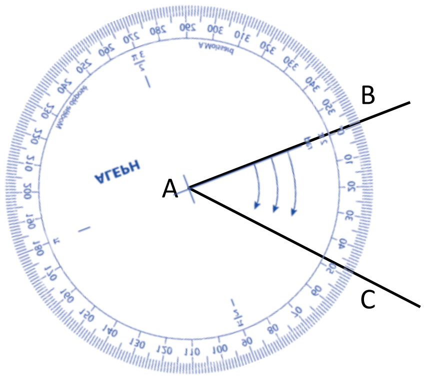
Par exemple, construire l'angle $\widehat{BAC} = 48°$



1. *Le somment de l'angle est A* ; construire la demi-droite [AB]

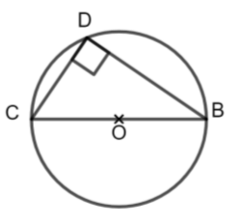
2. Placer le centre du rapporteur sur A et le 0 de la graduation sur la demi-droite [AB]. *On peut placer le rapporteur à l'endroit ou à l'envers selon le « côté » où on veut construire l'angle.*

4. Placer le petit C sur la graduation 48 puis tracer la demi-droite [AC)



Propriétés admises

Si un triangle a ses 3 sommets sur un cercle et a un côté qui est un diamètre du cercle alors ce triangle est rectangle.

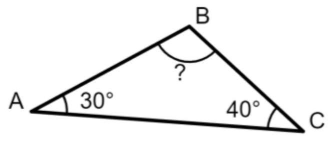
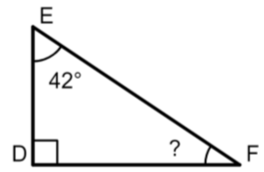
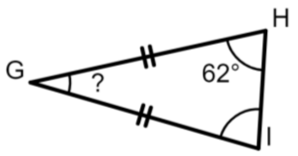
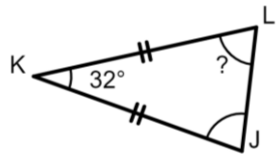


Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

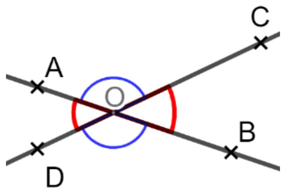
Propriété admise

Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.
Dans un quadrilatère, la somme des mesures des angles vaut 360°.

Exemples d'exercices résolus

			
Dans ABC, on a : $\widehat{B} = 180 - (\widehat{A} + \widehat{C})$ $\widehat{B} = 180 - (30 + 40)$ $\widehat{B} = \mathbf{110°}$	Dans DEF, on a : $\widehat{F} = 180 - (\widehat{D} + \widehat{E})$ $\widehat{F} = 180 - (90 + 42)$ $\widehat{F} = \mathbf{48°}$	Comme GHI est isocèle en G, alors $\widehat{H} = \widehat{I} = 62°$ Dans GHI, on a : $\widehat{G} = 180 - (\widehat{H} + \widehat{I})$ $\widehat{F} = 180 - (62 + 62)$ $\widehat{F} = \mathbf{56°}$	Comme JKL est isocèle en K, alors $\widehat{J} = \widehat{L}$ Dans JKL, on a : $\widehat{J} + \widehat{K} + \widehat{L} = 180$ $\widehat{J} + 32 + \widehat{J} = 180$ -32 -32 $2\widehat{J} = 148$ ÷ 2 ÷ 2 $\widehat{J} = \mathbf{74°}$

Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites sécantes en O.
Les angles $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOC}$ sont dits <u>opposés par le sommet</u>.



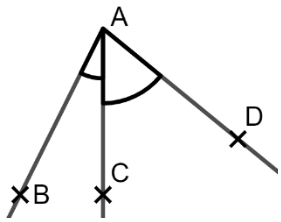
Propriété admise

Des angles opposés par le sommet sont égaux.

Exemple

$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ et $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$

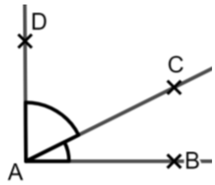
Définition
Deux angles ayant une demi-droite en commun sont dit <u>adjacents</u>.



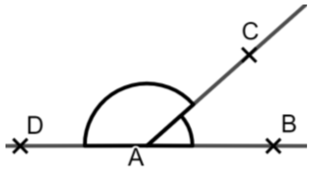
Exemple
$\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents et $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD}$

Définitions

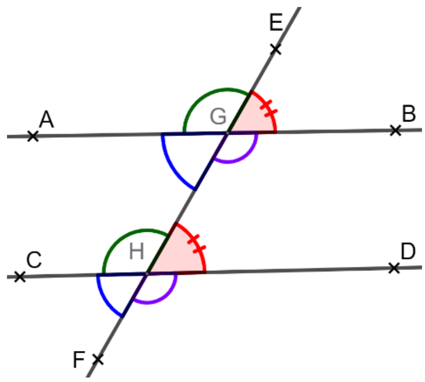
Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 90° sont dits <u>complémentaires</u>



Deux angles adjacents dont la somme des mesures vaut 180° sont dits <u>supplémentaires</u>



Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande"*.
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{EGB}$ et $\widehat{EHD}$ sont dits <u>correspondants</u>

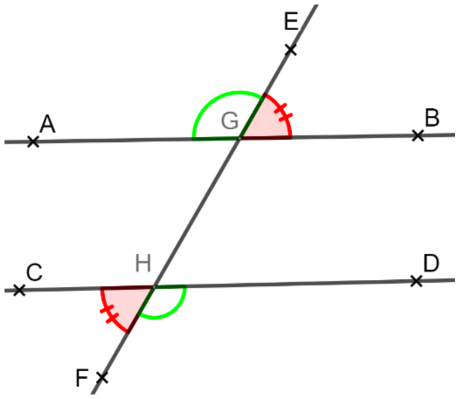


Propriétés admises
Si (AB)//(CD) alors $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$

Si $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ alors (AB)//(CD)

Exemple ci-contre
Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ et $\widehat{EGA} = \widehat{EHA}$ et $\widehat{FHC} = \widehat{FGA}$ et $\widehat{FGB} = \widehat{FHD}$

Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande"*.
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{EGB}$ et $\widehat{CHF}$ sont dits <u>alternes externes</u>

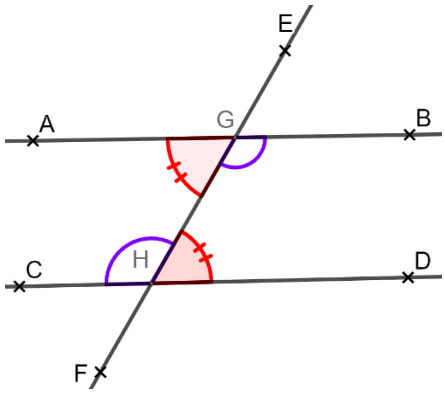


Propriétés admises
Si (AB)//(CD) alors $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$

Si $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$ alors (AB)//(CD)

Exemple ci-contre
Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{EGB} = \widehat{CHF}$ et $\widehat{EGA} = \widehat{FHD}$

Définition
Soient (AB) et (CD) deux droites *; ces deux droites forment une "bande"*.
Soit (EF) une droite sécante à (AB) et (CD).
Les angles $\widehat{AGF}$ et $\widehat{EHD}$ sont dits <u>alternes internes</u>



Propriétés admises
Si (AB)//(CD) alors $\widehat{AGB} = \widehat{EHD}$

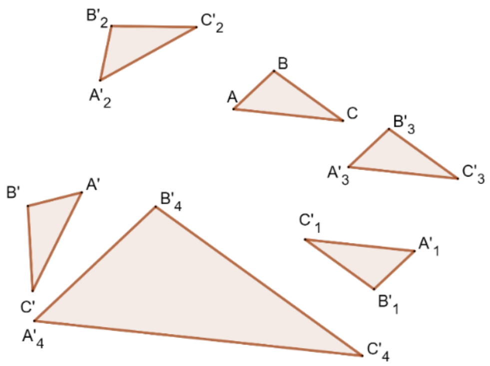
Si $\widehat{EGB} = \widehat{EHD}$ alors (AB)//(CD)

Exemple ci-contre
Si (AB)//(CD) on a : $\widehat{AGB} = \widehat{EHD}$ et $\widehat{FGB} = \widehat{EHC}$

II – Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont *semblables* s'ils ont la même forme, mais pas nécessairement la même taille.



Propriété admise

Deux triangles sont semblables :

- si leurs côtés sont proportionnels

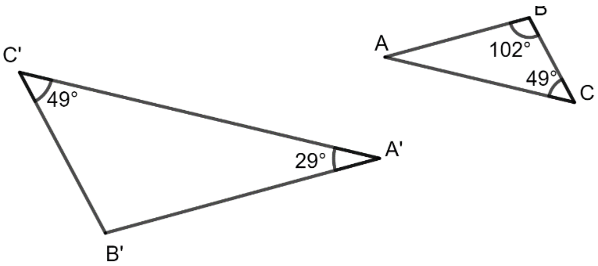
ou

- s'ils ont les mêmes angles.

Remarque

Pour passer entre deux triangles semblables, on peut effectuer une ou plusieurs transformations du plan vues au collège : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation ou homothétie.

Exemple 1 : avec des angles

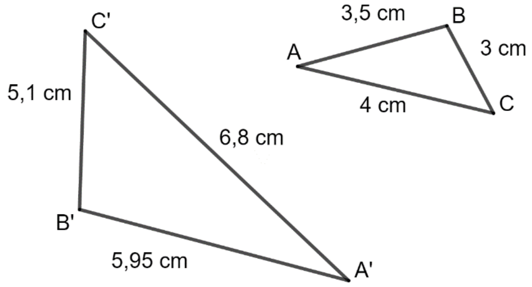


Dans le triangle ABC, on a
$\mathbf{\hat{A} = 180 - (\hat{B} + \hat{C}) = 180 - (102 + 49) = 29°}$.

Dans le triangle A'B'C', on a
$\mathbf{\hat{B}' = 180 - (\hat{A}' + \hat{C}') = 180 - (49 + 29) = 102°}$.

On a donc $\mathbf{\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}}$ et $\mathbf{\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'}}$ et $\mathbf{\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}}$ donc les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

Exemple 2 : avec des côtés proportionnels



$$\mathbf{\frac{A'B'}{AB} = \frac{5,95}{3,5} = 1,7}$$

$$\mathbf{\frac{A'C'}{AC} = \frac{6,8}{4} = 1,7}$$

$$\mathbf{\frac{C'B'}{CB} = \frac{5,1}{3} = 1,7}$$

Donc $\mathbf{\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{C'B'}{CB}}$ donc les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.