DIVISIONS (nombres entiers et décimaux)

CM2 : Diviseurs d'entier jusqu'à 100 – Multiples - Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende entier et un diviseur à un chiffre - Lire l'heure et positionner les aiguilles sur une horloge - Comparer et mesurer des durées entre deux instants
 6^{ème} : % - Problèmes – Division euclidienne par un nombre inférieur à 100, d'un décimal par un entier inférieur à 10 - Problèmes avec des divisions euclidiennes – Calculs de durées

Définitions

Le dividende → $15 \overline{) 7}$ ← Le diviseur
 Le reste → $1 \overline{) 2}$ ← Le quotient

Lorsque le dividende, le diviseur, le reste et le quotient sont entiers et lorsque le reste est inférieur au diviseur, on parle de *division euclidienne*.

Exemples de division

The diagram illustrates the long division of 2345 by 7. It shows three stages: 1) 2345 ÷ 7 = 335 with a remainder of 3. 2) Bringing down the next digit to form 33, which is divided by 7 to get 4 with a remainder of 1. 3) Bringing down the final digit to form 35, which is divided by 7 to get 5 with a remainder of 0.

Propriété admise

Dans la division euclidienne de a par b de quotient q et de reste r , on a :

$$r < b$$

$$a = (b \times q) + r$$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array}$$

Le reste est inférieur au diviseur.

Si on multiplie le quotient par le diviseur et que l'on ajoute le reste, on trouve le dividende.

Exemples

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ & 0 & & & 335 \end{array}$$

$$2345 = (335 \times 7) + 0$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 & 3 & 4 & 9 \\ & 1 & & & 137 \end{array}$$

$$1234 = (137 \times 9) + 1$$

Remarque

On aurait pu écrire : dividende = (diviseur × quotient) + reste

Définitions

On dit que a est *divisible* par b si le reste de la division de a par b est 0.

On dit alors que b est un *diviseur* de a et on dit que a est un *multiple* de b .

Exemple

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ & 0 & & & 335 \end{array}$$

On dit que 2345 est divisible par 7, que 7 est un diviseur de 2345 et que 2345 est un multiple de 7.

Propriété admise : critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible par 2 s'il est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).

- 186 se divise par 2 car il est pair (il se termine par 6).
- 187 ne se divise pas par 2 car il est impair.

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 237 est divisible par 3 car $2+3+7=12$ et 12 est divisible par 3.
- 238 n'est pas divisible par 3 car $2+3+8=13$ et 13 n'est pas divisible par 3.

Un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.

- 25 292 est divisible par 4 car 92 est divisible par 4, car $92=40+40+12$ et 12 est divisible par 4.
- 45 267 n'est pas divisible par 4 car 67 n'est pas divisible par 4, car $67=40+27$ et 27 n'est pas divisible par 4.

Un nombre entier est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou par 5.

- 185 se divise par 5 car il se termine par 5.
- 190 se divise par 5 car il se termine par 0.
- 187 ne se divise pas par 5.

Un nombre entier est divisible par 6 s'il est divisible par 2 ET par 3, donc s'il est pair ET si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 894 se divise par 6 car
 - il se divise par 2 (il est pair),
 - ET il se divise par 3 car $8+9+4=21$ qui se divise par 3.
- 165 ne se divise pas par 6 car
 - il ne se divise par 2 (il est impair),
 - même si il se divise par 3 car $1+6+5 = 12$ qui se divise par 3.
- 898 ne se divise pas par 6 car
 - il se divise par 2 (il est pair),
 - mais il ne se divise pas par 3 car $8+9+8=25$ qui ne se pas divise par 3.
- 77 ne se pas divise par 6 car
 - il ne se divise par 2 (il est impair),
 - il ne se divise par 3 car $7+7=14$ qui ne se divise pas par 3.

Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

- 567 est divisible par 9 car $5+6+7=18$ et 18 est divisible par 9.
- 123 456 789 est divisible par 9 car $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ et 45 est divisible par 9.
- 238 n'est pas divisible par 9 car $2+3+8=13$ et 13 n'est pas divisible par 9.

Un nombre entier est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Remarque

Un nombre divisible par 9 est obligatoirement divisible par 3.

Exemples

	est divisible par						
	2	3	4	5	6	9	10
124	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗
123	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
17	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
1234567890	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
45	✗	✓	✗	✓	✗	✓	✗
720	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
231	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
132	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗

Définition

On parle de *division décimale* ou *division*, lorsque le dividende ou le quotient sont décimaux.

Exemples

$$\begin{array}{r}
 75,80 \quad | \quad 4 \\
 \underline{-4} \\
 35 \\
 \underline{-32} \\
 38 \\
 \underline{-36} \\
 20 \\
 \underline{-20} \\
 0
 \end{array}$$

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotient comportera 1 dizaine.

Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotient comportera 8 unités.

Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.

Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (On ajoute un zéro.) à partager en 4 ; le quotient comportera donc 5 centièmes.

Ainsi $75,8 \div 4 = 18,95$.

$$\begin{array}{r}
 35,0 \quad | \quad 2 \\
 \underline{-2} \\
 15 \\
 \underline{-14} \\
 10 \\
 \underline{-10} \\
 0
 \end{array}$$

Remarques

Pour la division euclidienne, on peut coller la barre de division verticale contre le dividende, car il n'y aura rien à ajouter.

Pour la division (décimale), on ne sait pas s'il faudra ajouter des « 0 », donc on laisse quelques carreaux avant la barre verticale (3 ou 4) pour pouvoir insérer les éventuels « 0 ».

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad | \quad 9 \\
 - \quad 9 \quad \quad \quad \quad | \\
 \hline
 3 \quad 3 \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 2 \quad 7 \quad \quad \quad | \\
 \hline
 6 \quad 4 \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 6 \quad 3 \quad \quad \quad | \\
 \hline
 1 \quad \quad \quad \quad \quad | \\
 \hline
 3 \quad 5 \quad , \quad 0 \quad | \quad 2 \\
 - \quad 2 \quad \quad \quad \quad \quad | \quad 17,5 \\
 \hline
 1 \quad 5 \quad \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 1 \quad 4 \quad \quad \quad \quad | \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 1 \quad 0 \quad \quad \quad \quad | \\
 \hline
 0 \quad \quad \quad \quad \quad \quad |
 \end{array}$$

Pour de nombreuses divisions, l'opération ne s'arrêtera pas ; on pourra juste donner une valeur approchée du résultat. Par exemple :

- $13 \div 3 \approx 4,3333$
- $89 \div 7 \approx 12,714285714285$

Ne pas oublier de « placer » la virgule au quotient lorsque l'on « passe » la virgule au dividende.

Mots indices

Ses mots peuvent indiquer qu'il faut utiliser une division dans le problème : « partager », « fois moins que »

Conversions de durée

$$\begin{aligned}
 1 \text{ h} &= 60 \text{ min} \\
 2 \text{ h} &= 120 \text{ min} \\
 &\rightarrow \times 60 \\
 0,7 \text{ h} &= 42 \text{ min}
 \end{aligned}$$

Convertir en heures/minutes 1,7 h

$$\begin{aligned}
 1,7 \text{ h} &= 1 \text{ h} + 0,7 \text{ h} \\
 &\quad \downarrow \times 60 \\
 &= 1 \text{ h} + 42 \text{ min} \\
 &= 1 \text{ h } 42 \text{ min}
 \end{aligned}$$

Convertir en heures/minutes/secondes 3,2925 h

$$\begin{aligned}
 3,2925 \text{ h} &= 3 \text{ h} + 0,2925 \text{ h} \\
 &\quad \downarrow \times 60 \\
 &= 3 \text{ h} + 17,55 \text{ min} \\
 &= 3 \text{ h} + 17 \text{ min} + 0,55 \text{ min} \\
 &\quad \downarrow \times 60 \\
 &= 3 \text{ h} + 17 \text{ min} + 33 \text{ s} \\
 &= 3 \text{ h } 17 \text{ min } 33 \text{ s}
 \end{aligned}$$

Convertir en heures/minutes/secondes 10 035s

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 5 \quad \text{s} \quad | \quad 6 \quad 0 \quad \text{s} \\
 - \quad 6 \quad 0 \quad \quad \quad \quad \downarrow \\
 \hline
 4 \quad 10 \quad 3 \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 31 \quad 6 \quad 0 \quad \quad \quad \downarrow \\
 \hline
 4 \quad 3 \quad 5 \quad \quad \quad \quad | \\
 - \quad 4 \quad 2 \quad 0 \quad \quad \quad \quad | \\
 \hline
 1 \quad 5 \quad \quad \quad \quad \quad \text{s} \\
 \hline
 10 \quad 035 \text{ s} = 1 \text{ h } 67 \text{ min } 15 \text{ s}
 \end{array}$$