

FRACTIONS

CM2 : Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions - Écrire une fraction comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 - Écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction - Encadrer une fraction entre 2 entiers consécutifs - Placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée - Repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un - Comparer - Additionner et soustraire - Produit d'un entier et d'une fraction - Fraction d'une quantité ou d'une grandeur

6^{ème} : % - Fraction = nombre entier ou décimal non entier ou non décimal = division - Egalités à trous multiplicatives - Placer sur une demi-droite graduée - Graduer un segment - Comparer, encadrer, ordonner - Additions, soustractions - Multiplier par un entier - Inventer/résoudre des problèmes

Propriété – admise

Deux fractions sont dites égales si pour passer de l'une à l'autre, on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples

$$\frac{12}{18} \xrightarrow{\div 3} \frac{4}{6} \xrightarrow{\div 2} \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 9} \frac{18}{27}$$

Propriété admise

Prendre une quantité d'une fraction c'est multiplier le nombre par la fraction.

Le mot « de » en français se traduit par « \times » en mathématiques.

Exemples

Prendre $\frac{3}{4}$ de 126 € c'est prendre $\frac{3}{4} \times 126$ €.

Rouler $\frac{2}{5}$ de 800 km c'est rouler $\frac{2}{5} \times 800$ km.

Comment multiplier un nombre par une fraction ?

Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3
$\frac{a}{b} \times c = (a \div b) \times c$	$\frac{a}{b} \times c = (a \times c) \div b$	$\frac{a}{b} \times c = a \times (c \div b)$
$\frac{12}{6} \times 7 = (12 \div 6) \times 7 = 2 \times 7 = 14$	$\frac{2}{3} \times 9 = (2 \times 9) \div 3 = 18 \div 3 = 6$	$\frac{5}{7} \times 21 = 5 \times (21 \div 7) = 5 \times 3 = 15$

Notation

La fraction $\frac{p}{100}$ est notée $p\%$

La fraction $\frac{15}{100}$ est notée 15%

Exemple de problème

Sébastien achète un pull. Le prix affiché est de 65€, mais il bénéficie d'une remise de 15%.
Combien va-t-il payer ?

Calculons le montant de la remise

$$15\% \text{ de } 65 \text{ €} = \frac{15}{100} \text{ de } 65$$

$$= \frac{15}{100} \times 65 = (15 \times 65) \div 100 = 975 \div 100 = 9,75$$

La remise est de 9,75 €.

Je calcule le prix réduit.

$$65 - 9,75 = 55,25$$

Le prix réduit est de 55,25 €.

Comment placer une fraction sur une droite graduée ?

Pour placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, il faut partager les unités en b parts égales.

Ensuite, on numérote toutes les parts et on place la fraction sur la $a^{\text{ième}}$.

Exemple

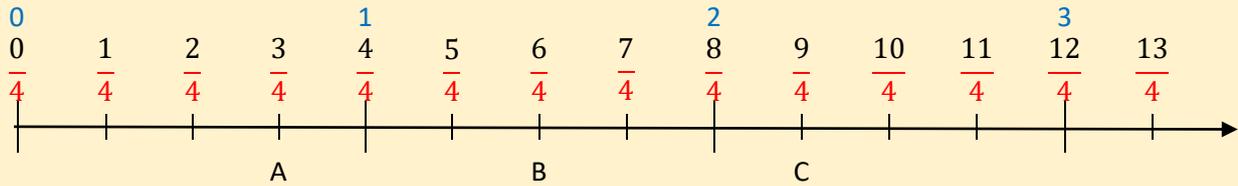
Placer les points A, B et C d'affixes $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{4}$, et $\frac{9}{4}$.

On trace une droite graduée.

Les fractions ont toutes 4 comme dénominateur.

On partage chaque unité en 4 parts égales.

On place les points sur l'axe gradué.



Astuces

Pour partager les unités en plusieurs parties (par exemple en 3 parties, pour obtenir des tiers), on peut :

- mesurer la longueur d'une unité puis diviser la longueur obtenue par le nombre de parts voulues (par exemple on divise par 3).
- prendre pour la longueur d'une unité autant de carreaux que de parts à réaliser (par exemple, on prendra 3 carreaux pour une unité si l'on veut des tiers).

Propriétés admises

Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.

Si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur alors la fraction est égale à 1.

Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.

Exemples

$$5 < 7 \text{ donc } \frac{5}{7} < 1$$

$$8 = 8 \text{ donc } \frac{8}{8} = 1$$

$$9 > 7 \text{ donc } \frac{9}{7} > 1$$

Comment comparer des fractions ?

On les partage en fractions inférieures à 1, égales à 1 et supérieures à 1.

Ensuite, il faut les mettre au même dénominateur en utilisant la première propriété de ce chapitre. Les fractions sont alors classées dans le même ordre que leur numérateur.

Exemple

Ordonner les fractions $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{6}{6}$ et $\frac{9}{4}$.

$$\frac{3}{4} < 1; \frac{1}{4} < 1; \frac{7}{5} > 1; \frac{6}{6} = 1 \text{ et } \frac{9}{4} > 1$$

$$3 > 1 \text{ donc } \frac{3}{4} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{7 \times 4}{5 \times 4} = \frac{28}{20} \text{ et } \frac{9 \times 5}{4 \times 5} = \frac{45}{20}; 28 < 45 \text{ donc } \frac{7}{5} < \frac{9}{4}$$

$$\text{donc } \frac{1}{4} < \frac{3}{4} < \frac{6}{6} < \frac{7}{5} < \frac{9}{4}$$

Comment additionner des fractions ?

On les met au même dénominateur puis on additionne les numérateurs.

Exemples

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{7}{4} + \frac{3}{20} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} + \frac{3}{20} = \frac{35}{20} + \frac{3}{20} = \frac{38}{20}$$

20 est dans la table de 5 donc on met tout sur 20

$$\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} + \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{35}{20} + \frac{12}{20} = \frac{37}{20}$$

20 est le plus petit nombre dans les tables de 4 et 5

Remarques

Une fraction peut être :

un nombre entier

$$\frac{12}{3} = 4$$

un nombre décimal

$$\frac{7}{4} = 1,75$$

un nombre non décimal

$$\frac{24}{7} \approx 3,428571 428571$$

$$\text{départ} \times \frac{\text{arrivée}}{\text{départ}} = \text{arrivée}$$

$$5 \times \frac{3}{5} = 3$$

$$11 \times \frac{235}{11} = 235$$